

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ивановский государственный политехнический университет»

Кафедра технологических машин и оборудования

Кинематический анализ плоских рычажных механизмов

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
для студентов всех направлений подготовки, изучающих дисциплину
«Техническая механика. Теория механизмов и машин»

Иваново 2016

Методические указания рекомендуются для выполнения расчетно-графических, контрольных и домашних работ по дисциплине «Техническая механика. Теория механизмов и машин» для всех направлений подготовки.

Методические указания включают в себя методики структурного и кинематического анализа плоских рычажных механизмов графоаналитическим методом и задания для выполнения расчетно-графических и контрольных работ, а также пример кинематики механизма с помощью программы автоматизированного расчета «МЕХ».

Составители: д-р техн. наук, доц. А.А. Тувин
канд. техн. наук, доц. Р.В. Шляпугин
канд. техн. наук, доц. Д.А. Пирогов
ст. преп. С.В. Селезнев

Рецензент канд. техн. наук, доц. Р.Р. Алешин

Редакторы: Е.Л. Аверьянова,
Н.Е. Бочкарева

Подписано в печать 20. 01. 2016.

Формат 1/16 60×84. Плоская печать.

Усл. печ. л. 4,88. Уч.–изд. л. 4,0. Тираж 50 экз. Заказ №

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный политехнический университет»

Издательский центр ДИВТ

153000 г. Иваново, Шереметевский проспект, 21

Оглавление

Введение	4
1. Методика и порядок выполнения работы	5
1.1. Структурный анализ плоских механизмов	5
1.2. Вычерчивание кинематической схемы (плана) механизма	8
1.3. Кинематический анализ методом планов скоростей и ускорений	10
1.3.1. План скоростей группы Ассура II-го класса 1-го вида	10
1.3.2. План ускорений групп Ассура II-го класса 1-го вида.	17
1.3.3. Построение плана скоростей группы Ассура II-го класса 2-го вида.....	24
1.3.4. Построение плана ускорений группы Ассура II-го класса 2-го вида ...	28
1.3.5. Построение плана скоростей группы Ассура II-го класса 3-го вида.....	33
1.3.6. Построение плана ускорений группы Ассура II-го класса 3-го вида	36
1.3.7. Построение плана скоростей групп Ассура III-го класса с тремя поводками	39
1.3.8. Построение плана ускорений группы Ассура III-го класса с тремя поводками	42
2. Автоматизированный расчет рычажного механизма	46
3. Варианты заданий.....	61
Библиографический список.....	84

Введение

В курсах «Прикладная механика» и «Техническая механика» рассматривается тема кинематического расчета плоских шарнирно-рычажных механизмов. К одним из основных методов кинематического анализа относится метод планов скоростей и ускорений (метод Мора). Этот метод отличается простотой и наглядностью. В настоящих методических указаниях даны методики кинематического анализа структурных групп Ассур II класса 1...3 видов на основе указанного метода.

В рабочих программах этих дисциплин предусмотрено выполнение расчетно-графических и контрольных работ по кинематическому расчету шарнирно-рычажных механизмов, состоящих из групп Ассур II класса.

С целью обеспечения студентов индивидуальными заданиями методические указания содержат двадцать три варианта.

Целями самостоятельной работы являются:

- изучение и закрепление некоторых вопросов теории механизмов и машин;
- приобретение практического опыта кинематического анализа рычажных механизмов методом планов скоростей и ускорений.

При выполнении данной работы студенты решают следующие основные задачи:

1. Проводят структурный анализ механизмов различных классов.
2. Вычерчивают кинематические схемы механизмов по заданным размерам их звеньев и положениям входных звеньев.
3. Составляют векторные уравнения скоростей и ускорений точек звеньев механизма. Путем построения планов скоростей и ускорений определяют величины и направления линейных и угловых скоростей, линейных и угловых ускорений точек и звеньев механизмов в их абсолютных и относительных движениях.

1. Методика и порядок выполнения работы

Получить вариант задания у преподавателя, которое содержит схему рычажного механизма с геометрическими и кинематическими параметрами, а также значение обобщенной координаты, указывающей конкретное положение механизма (для механизма III класса это значение указано на схеме), для которого проводится кинематический анализ. Отчет должен содержать чертежи планов механизма, скоростей и ускорений в определенном масштабе, выполненных на листах формата А4 или А3; пояснительную записку, содержащую уравнения и расчеты искомых величин. Пояснительная записка оформляется на листах формата А4.

1.1. Структурный анализ плоских механизмов

Задача анализа механизма возможна только в том случае, если известны элементы, составляющие его, и условия их соединения. Поэтому необходимо знать законы образования механизмов, то есть их структуру и классификацию. Структура, то есть строение, механизмов имеет очень большое значение, как при синтезе механизма, помогая наиболее рационально сконструировать его для осуществления заданного движения, так и при анализе выполненных механизмов для выбора соответствующих методов исследования. Структурный анализ позволяет определить число входных звеньев, соответствующее числу обобщенных координат, от которых зависит положение остальных звеньев механизма. Кроме того, кинематическое и силовое исследование механизма проводится по группам Ассура в соответствии со структурной формулой строения (в прямой и обратной последовательности соответственно).

При решении первой задачи необходимо:

1. Определить число степеней свободы заданного механизма по формуле Чебышева:

$$W = 3n - 2p_1 - p_2,$$

где W – число степеней свободы механизма относительно стойки;

n – число подвижных звеньев механизма;

p_1 – число одноподвижных кинематических пар (шарниры, поступательные пары);

p_2 – число двухподвижных кинематических пар.

2. Определить, из каких групп Ассура образован заданный механизм.

При отделении групп Ассура от механизма необходимо придерживаться следующего правила. Первой отделяется группа Ассура, наиболее удаленная от входного звена; причем после отделения этой группы оставшийся механизм должен иметь то же число степеней свободы, что и заданный механизм, а траектория движения оставшихся звеньев не меняется. Подобное отделение проводится до тех пор, пока не останется одно входное звено со стойкой, то есть механизм I-го класса (несколько механизмов I-го класса).

3. На основании проведенного структурного анализа записать формулу структурного построения механизма.

Записывается вначале механизм первого класса, а затем группы Ассура в порядке, обратном отделению этих групп при структурном анализе (см. пример). Таким образом, формула структурного строения механизма показывает принцип построения механизма из различных групп Ассура. Кроме того, эта формула является основой при вычерчивании кинематической схемы (плана) механизма и при его кинематическом анализе.

Пример. Рассмотрим следующий механизм (рис.1).

1. Определяем число степеней свободы заданного механизма

$$W = 3n - 2p_1 - p_2,$$

$$\text{где } n=9, p_1=13, p_2=0; W = 3 \cdot 9 - 2 \cdot 13 - 0 = 1.$$

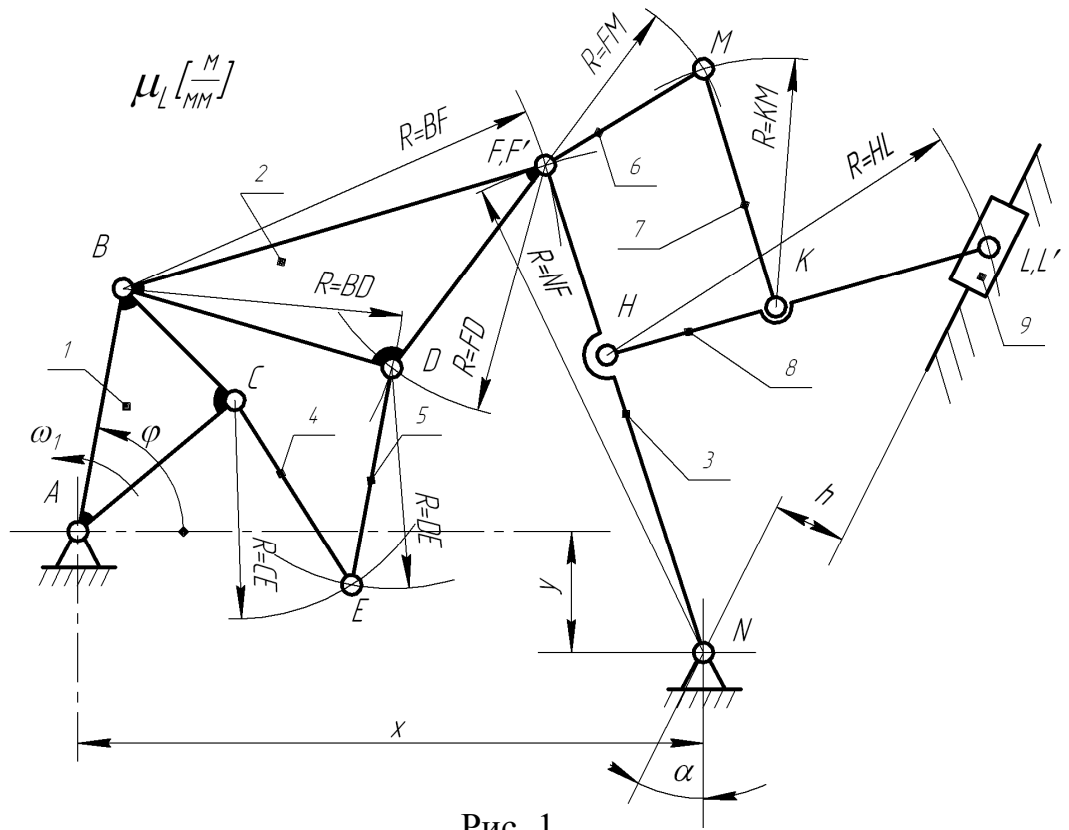


Рис. 1

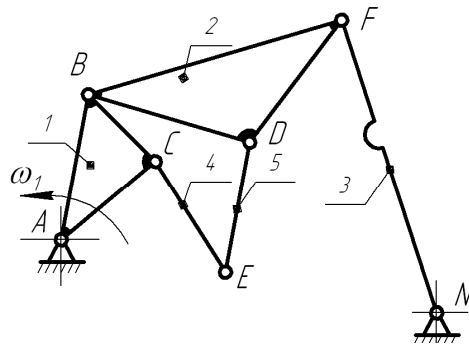


Рис. 2

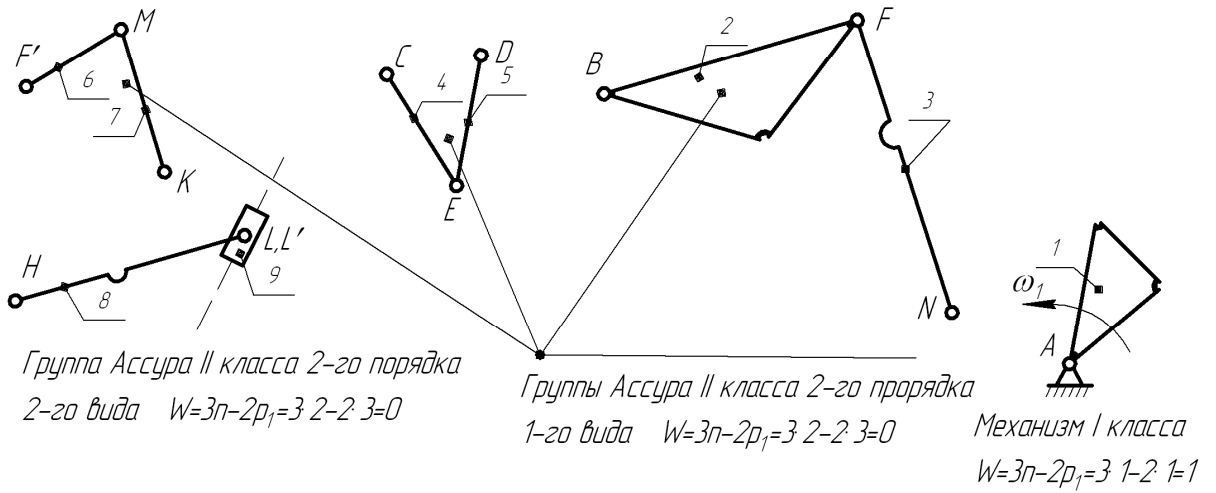


Рис. 3

Следует заметить, что в геометрической точке F располагаются две кинематические пары (F, F') , так как число кинематических пар равно числу звеньев, на единицу меньше этого числа звеньев, сходящихся в этой точке.

Таким образом, заданный механизм одностепенной и имеет одно входное звено. Им является звено 1, вращающееся с угловой скоростью ω_1 .

2. Наиболее удаленной группой Ассура является группа, образованная звеньями 6 и 7. После отделения этой группы оставшийся механизм будет иметь $W = 1$. (Если же, например, сначала отделить группу Ассура, состоящую из звеньев 8 и 9, то оставшийся механизм не будет иметь $W = 1$, т.к. звено 7 будет соединено с механизмом только одной кинематической парой M , пара K будет отсутствовать вследствие отделения звена 8).

Следующей отделяем группу, составленную из звеньев 8 и 9, и оставшийся механизм также будет иметь $W = 1$ (рис. 2).

У механизма (см. рис. 2) следует отделить сначала группу, составленную из звеньев 4 и 5, так как эта группа присоединена к входному звену 1 и к звену 2 другой группы. Если бы мы отделили группу из звеньев 2 и 3, то оставшийся механизм не имел бы $W = 1$. Последней отделяется группа из звеньев 2 и 3. На рис. 3 показаны все группы Ассура, из которых был образован данный механизм.

3. Записываем структурную формулу строения механизма, применяя принцип последовательного присоединения групп Ассура, в порядке, обратном очередности отделения этих групп:

$$I(0,1) \longrightarrow II(2,3) \longrightarrow II(4,5) \longrightarrow II(8,9) \longrightarrow II(6,7).$$

Здесь римские цифры обозначают класс группы, а арабские – звенья, из которых группа образована.

1.2. Вычерчивание кинематической схемы (плана) механизма

При вычерчивании схемы механизма необходимо выбрать масштабный коэффициент длин μ_ℓ , величина которого определяется из формулы

$$\mu_\ell = \frac{\ell_{AB}}{AB} \left[\frac{м}{мм} \right],$$

где ℓ_{AB} – истинная длина звена, м;

AB – длина звена на схеме, мм.

Величина μ_ℓ должна соответствовать масштабам, рекомендуемым ГОСТом ЕСКД:

0,001 (1:1); 0,002 (1:2); 0,04 (1:4); 0,005 (1:5);

0,01 (1:10); 0,02 (1:20); 0,04 (1:40); 0,05 (1:50);

и т.д.

Величина μ_ℓ всегда записывается с ее размерностью и выбирается такой, чтобы исследуемый механизм разместился на отведенном поле чертежа.

По выбранной величине μ_ℓ определяются длины звеньев на схеме механизма, например:

$$BF = \frac{\ell_{BF}}{\mu_\ell}, \text{ мм}; \quad FH = \frac{\ell_{FH}}{\mu_\ell}, \text{ мм, и т.д.}$$

При вычерчивании схемы механизма в первую очередь располагают по заданным параметрам все неподвижные элементы кинематических пар (шарниры со стойкой, направляющие поступательных пар и т.д.). Следует заметить, что заданные координаты этих шарниров и направляющих также должны быть пересчитаны с помощью масштабного коэффициента μ_ℓ . Так, например (см. рис.1), выбираем на поле чертежа расположение шарнира А стойки. Затем по размерам x и y находим положение шарнира N. Далее через шарнир N проводим линию под углом α к вертикали, а от этой линии на расстоянии h - параллельную линию, изображающую неподвижную направляющую ползуна 9. После этого вычерчиваем входное звено 1, располагая его под заданным углом φ . При этом определяются положения центров шарниров В и С. При дальнейших построениях используем структурную формулу строения механизма. Согласно этой формуле первой

присоединяется группа II-го класса (см. рис. 3, звенья 2,3). При построении из точки N радиусом NF проводим дугу, а из точки В звена 1 – дугу радиуса BF, точка пересечения этих дуг определит положение шарнира F на плане механизма. Точка пересечения дуг, проведенных из точек В и F радиусами BD и FD, определит положение шарнира D.

Следующей присоединяется группа II-го класса (см. рис. 3, звенья 4,5). Для чего из точек С и D радиусами CE и DE проводятся дуги, а точка их пересечения определит положение шарнира E. Далее присоединяется к механизму группа II-го класса (см. рис. 3, звенья 8,9). Для чего из точки Н проводим дугу радиусом HL, точка пересечения которой с направляющей ползуна определит положение шарнира L. Получив отрезок HL, находим положение центра шарнира К. Зная положение К и F, пересечением дуг радиусами FM и KM находим положение центра шарнира М. Следует заметить, что все размеры звеньев механизма при построении должны быть подсчитаны с помощью масштабного коэффициента μ_ℓ .

1.3. Кинематический анализ методом планов скоростей и ускорений

1.3.1. План скоростей группы Ассур II-го класса 1-го вида

Как известно из теоретической механики, в сложном движении твердого тела или точки скорость в абсолютном движении равна геометрической сумме скоростей переносного и относительного движений:

$$\bar{V}_a = \bar{V}_e + \bar{V}_r,$$

где \bar{V}_a – вектор абсолютной скорости;

\bar{V}_e – вектор переносной скорости;

\bar{V}_r – вектор относительной скорости.

На основании вышеизложенного сложное движение звеньев механизма можно разложить на 2 вида: переносное и относительное. Например, рассмотрим группу Ассур II-го класса 1-го вида (рис.4).

Если группу присоединить к двум входным звеньям 1 и 4, угловые скорости которых известны, то скорости точек А и С будут равны:

$$V_A = \omega_1 l_{AO_1}, \quad V_C = \omega_4 l_{CO_2}$$

и направлены по касательным к траекториям движения точек А и С в их движениях относительно точек O_1 и O_2 (т.е. перпендикулярно звеньям O_1A и O_2C и направлены в сторону вращения этих звеньев).

Рассмотрим точку B_2 , принадлежащую звену 2 и совершающую сложное движение. Это движение можно разложить на переносное со скоростью \bar{V}_A и относительное \bar{V}_{B_2A} (рис.5). На основании правила сложения скоростей получим:

$$\bar{V}_{B_2} = \bar{V}_A + \bar{V}_{B_2A}, \quad (1)$$

где \bar{V}_{B_2} – вектор абсолютной скорости точки B_2 звена 2;

\bar{V}_A – вектор переносной скорости звена 2;

\bar{V}_{B_2A} – вектор относительной скорости точки B_2 вокруг точки А.

Звено 2 в относительном движении совершает вращение вокруг точки А, так как звенья 1 и 2 соединены шарниром, поэтому вектор скорости \bar{V}_{B_2A} направлен по касательной к траектории движения точки B_2 относительно точки А (т.е. перпендикулярно звену 2).

С другой стороны, абсолютная скорость точки B_3 звена 3 равна:

$$\bar{V}_{B_3} = \bar{V}_C + \bar{V}_{B_3C}. \quad (2)$$

Так как элементы кинематических пар B_2 и B_3 звеньев 2 и 3 образуют шарнир В, то можно записать:

$$\bar{V}_{B_2} = \bar{V}_{B_3} = \bar{V}_B.$$

На этом основании векторные уравнения абсолютной скорости точки В могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{cases} \bar{V}_B = \bar{V}_A + \bar{V}_{BA} \\ \bar{V}_B = \bar{V}_C + \bar{V}_{BC}. \end{cases} \quad (3)$$

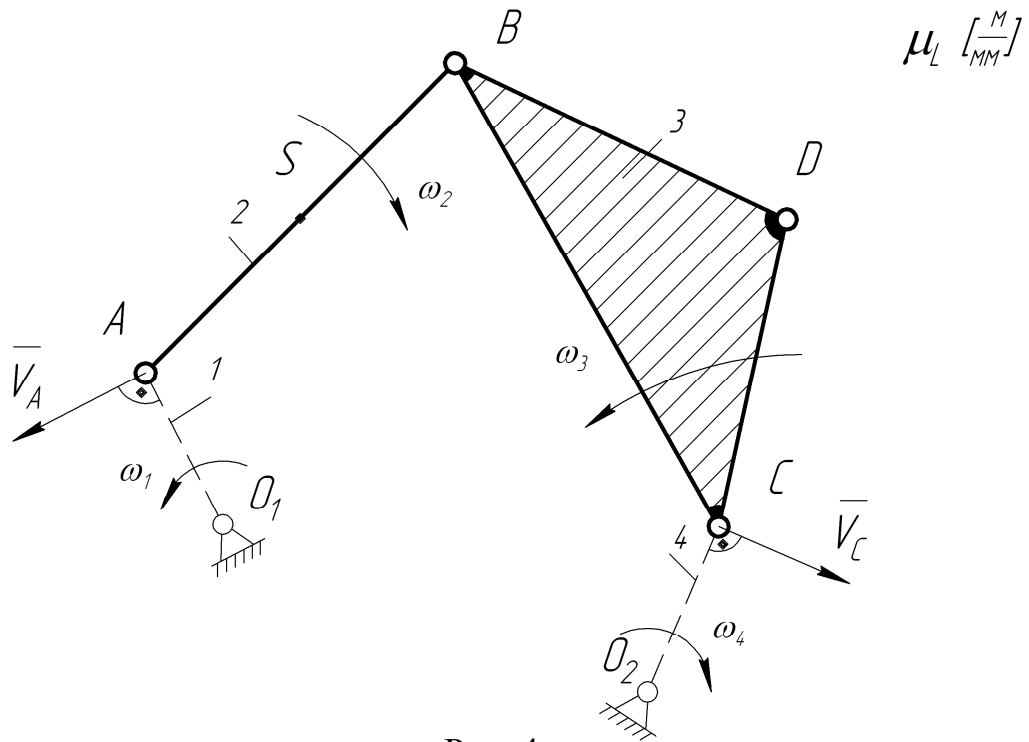


Рис. 4

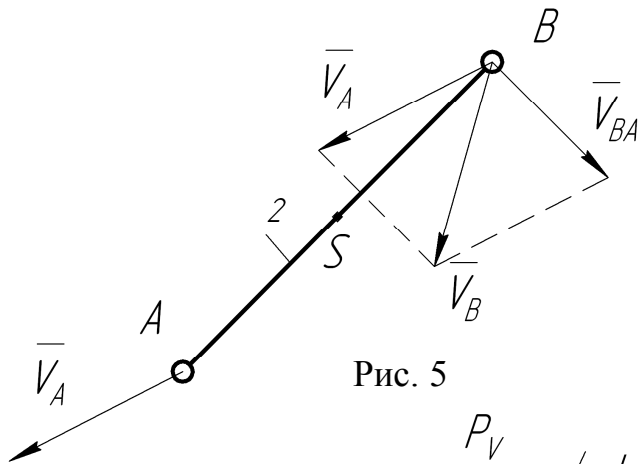


Рис. 5

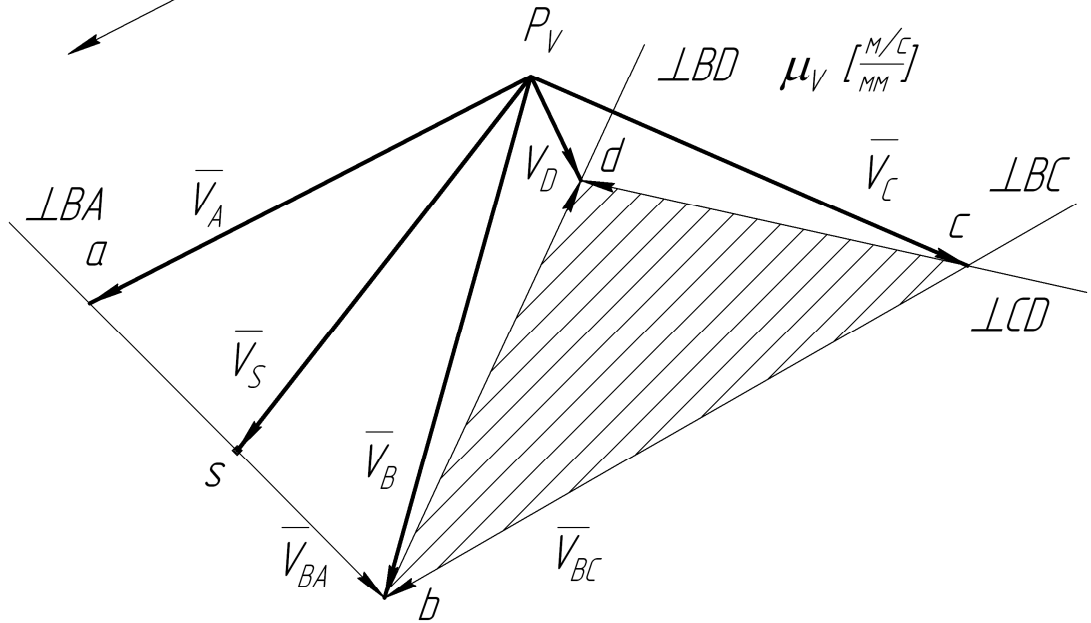


Рис. 6

В первом уравнении системы (3) известен модуль вектора скорости \bar{V}_A и его направление. Модуль вектора относительной скорости \bar{V}_{BA} и его направление неизвестны. Но так как относительным движением звена 2 является вращение вокруг точки А, то вектор скорости \bar{V}_{BA} коллинеарен касательной к траектории движения, т.е. его направление перпендикулярно звену АВ, далее под направлением вектора будем понимать коллинеарность по отношению к какой-либо прямой.

Во втором уравнении системы (3) известна скорость точки С, а вектор скорости \bar{V}_{BC} направлен по касательной к траектории движения, т.е. перпендикулярно к стороне ВС звена 3.

Решение системы уравнений (3) проводят графически методом построения плана скоростей, соблюдая следующую последовательность действий:

1. Выбор масштабного коэффициента плана скоростей.

Для построения плана скоростей необходимо векторы известных скоростей представить в виде отрезков, длины которых определяются через масштабный коэффициент плана скоростей μ_V .

При выборе μ_V руководствуются рекомендациями ГОСТа ЕСКД аналогично, как и при выборе μ_ℓ . Масштабный коэффициент μ_V имеет размерность $\frac{м/с}{мм}$.

2. Обозначение полюса плана скоростей.

На свободном месте чертежа (рис. 6) построим точку P_V (полюс плана скоростей), в котором находятся все неподвижные точки рассматриваемой системы (в данном случае O_1 и O_2).

3. Построение первого уравнения системы:

а) построение вектора \bar{V}_A (известны модуль и направление).

Через точку P_V проведем прямую (перпендикулярную звену O_1A), вдоль которой направлен вектор \overline{V}_A .

На этой прямой отложим отрезок $\overline{P_V a} = \frac{\overline{V}_A}{\mu_V}$. Направление вектора $\overline{P_V a}$

должно совпадать с направлением вектора \overline{V}_A ;

б) построение вектора \overline{V}_{BA} (известно направление).

Из конца предыдущего вектора (точка a) перпендикулярно звену AB проведем прямую, коллинеарную вектору \overline{V}_{BA} .

Так как модуль этого вектора определить невозможно, переходим к решению второго уравнения.

4. Построение второго уравнения системы:

а) построение вектора \overline{V}_C (известны модуль и направление).

Через точку P_V проведем перпендикулярно звену O_2C прямую, вдоль которой направлен вектор \overline{V}_C .

На этой прямой отложим отрезок $\overline{P_V c} = \frac{\overline{V}_C}{\mu_V}$. Направление вектора

$\overline{P_V c}$ должно совпадать с направлением вектора \overline{V}_C ;

б) построение вектора \overline{V}_{BC} (известно направление).

Из конца предыдущего вектора (точка c) перпендикулярно звену BC проведем прямую, коллинеарную вектору \overline{V}_{BC} .

Так как модуль этого вектора определить невозможно, рассмотрим совместное решение двух уравнений системы (3).

5. Определение скорости точки В.

Единственно возможным решением системы (3) является пересечение прямых, проходящих через точки a и c , которое и даст положение точки b .

Соединив найденную точку b с полюсом P_V , получим отрезок $\overline{P_V b}$, изображающий вектор скорости точки В. Истинная величина скорости точки В будет равна:

$$V_B = (P_V b) \mu_V. \quad (4)$$

Направление относительных скоростей \overline{V}_{BA} и \overline{V}_{BC} определяется по уравнениям системы (3). Например, направление вектора \overline{V}_{BA} находим из геометрической суммы: $\overline{V}_B = \overline{V}_A + \overline{V}_{BA}$, то есть к вектору $\overline{P_V a}$ на плане скоростей прибавляется вектор \overline{ab} , причем конец этого вектора должен быть в точке b плана скоростей, так как вектор $\overline{P_V b}$ есть суммарный вектор. Соответственно вектор \overline{cb} заканчивается также в точке b плана скоростей.

Найдем абсолютную скорость промежуточной точки D звена 3. Для этого запишем систему векторных уравнений:

$$\begin{cases} \overline{V}_D = \overline{V}_B + \overline{V}_{DB} \\ \overline{V}_D = \overline{V}_C + \overline{V}_{DC} \end{cases}. \quad (5)$$

Векторы \overline{bd} и \overline{cd} перпендикулярны к звеньям DB и DC и проводятся на плане скоростей соответственно из точек b и c на основании уравнений системы (5).

Рассматривая построенный на плане скоростей Δbcd (рис. 6) и ΔBCD на плане группы Ассура (см. рис. 4), замечаем, что они подобные, так как их стороны взаимно перпендикулярны. На основании подобия этих фигур имеем:

$$\frac{bc}{BC} = \frac{bd}{BD} = \frac{cd}{CD}. \quad (6)$$

Отсюда вытекает формулировка теоремы о картине относительных скоростей на плане механизма. Картина относительных скоростей подобна перемещающейся жесткой фигуре звена и повернута относительно последней на 90^0 в направлении угловой скорости относительного вращательного движения этого звена.

Соединяя точку d с полюсом, найдем вектор $\overline{P_V d}$, изображающий вектор абсолютной скорости точки D, а величина скорости точки D будет равна: $V_D = (P_V d) \mu_V$.

Вышеприведенная теорема подобия позволяет определять скорости любых точек этого звена не из уравнений, а графически, путем построения подобных фигур. Отметим, что проверкой правильности графического построения подобных фигур на плане скоростей является порядок букв на схеме механизма (группы) и на плане скоростей. Так, если порядок букв на схеме (см. рис. 4) при обходе контура звена по часовой стрелке будет В, D, С, то на плане скоростей этот порядок при обходе в том же направлении должен сохраниться, то есть буквы должны идти в той же последовательности: b, d и c .

Для определения скорости точки S звена 2 на векторе относительной скорости \overline{ab} плана скоростей находим расположение точки S, подобное ее расположению на звене АВ. Для этого используем отношение

$$\frac{ab}{AB} = \frac{as}{AS}, \text{ откуда } as = ab \frac{AS}{AB} = ab \frac{\ell_{AS}}{\ell_{AB}},$$

где AS, AB - размеры звеньев на плане механизма;

ℓ_{AB}, ℓ_{AS} - действительные размеры звеньев механизма.

Отложив от точки a отрезок as , находим положение точки s на векторе \overline{ab} . Соединяя точку s с полюсом P_V , получаем вектор $\overline{P_V s}$, изображающий вектор $\overline{V_S}$ абсолютной скорости точки S (см. рис. 6).

Его величину можно найти: $V_S = (P_V s)\mu_V$.

Теперь нетрудно определить угловые скорости в относительном движении звеньев 2 и 3. Так как линейные скорости относительного движения известны, то

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{\ell_{AB}} = \frac{\mu_V(ab)}{\mu_{\ell AB}};$$

$$\omega_3 = \frac{V_{BC}}{\ell_{BC}} = \frac{\mu_V(cb)}{\mu_{\ell BC}}.$$

Направление угловой скорости определяют следующим образом. Вектор относительной скорости переносят в соответствующую точку плана

механизма. Тогда направление перенесенного вектора укажет, вращается ли заданное звено по ходу или против часовой стрелки. Например, вектор \overline{ab} относительной скорости точки В при вращении вокруг точки А переносим в точку В (см. рис. 4). Этот вектор будет вращать звено 2 по ходу часовой стрелки.

1.3.2. План ускорений групп Ассура II-го класса 1-го вида

Для сложного движения твердого тела или точки по теореме сложения ускорений будем иметь:
$$\overline{a}_a = \overline{a}_e + \overline{a}_r, \quad (7)$$

где \overline{a}_a - вектор абсолютного ускорения;

\overline{a}_e - вектор переносного ускорения;

\overline{a}_r - вектор относительного ускорения.

В свою очередь, в относительном вращательном движении точки вектор относительного ускорения представляет собой сумму векторов нормального \overline{a}_r^n и тангенциального \overline{a}_r^τ ускорений, то есть

$$\overline{a}_r = \overline{a}_r^n + \overline{a}_r^\tau,$$

$$\text{где } \overline{a}_r^n = \frac{V^2}{\rho}; \quad \overline{a}_r^\tau = \varepsilon \rho.$$

Здесь V и ε – линейная скорость и угловое ускорение точки соответственно; ρ – радиус кривизны траектории.

Вектор \overline{a}_r^n направлен по нормали к центру кривизны траектории, а \overline{a}_r^τ – по касательной.

Рассмотрим группу Ассура II класса 1 вида (рис. 7).

При определении ускорений точек звеньев заданной группы должны быть известны вектора \overline{a}_A и \overline{a}_C абсолютных ускорений точек А и С, т.к. они являются внешними кинематическими парами группы. План скоростей группы считается построенным, поэтому известны линейные скорости всех точек и угловые скорости звеньев.

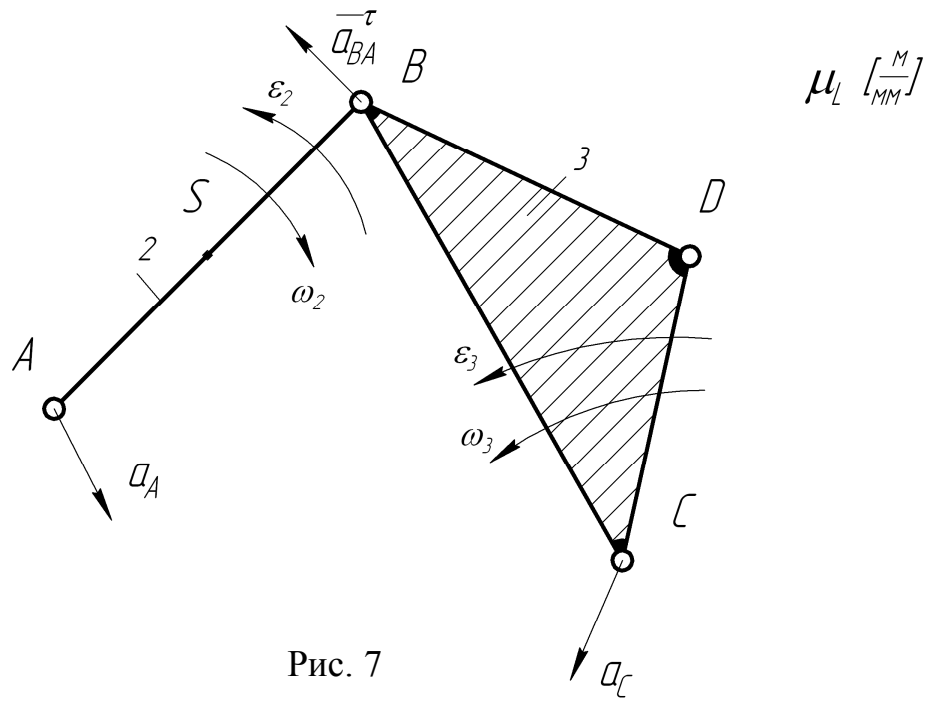


Рис. 7

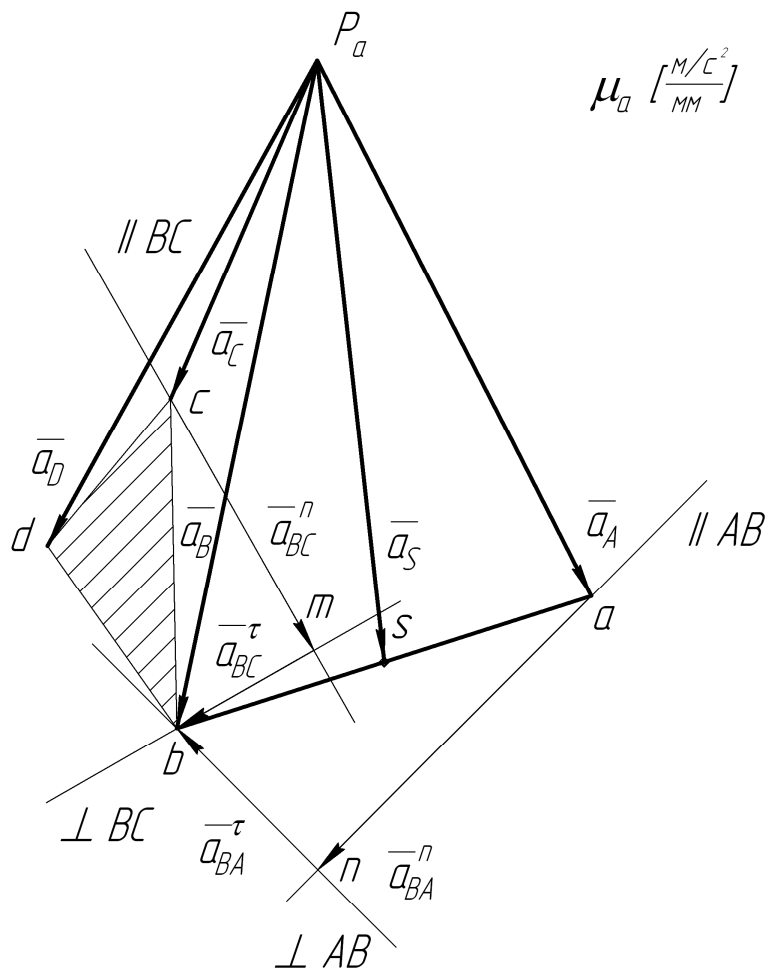


Рис. 8

Рассмотрим движение точки B_2 звена 2. Это движение можно разложить на переносное с ускорением \bar{a}_A и на относительное с ускорением $\bar{a}_{B_2A} = \bar{a}_{B_2A}^n + \bar{a}_{B_2A}^\tau$.

Тогда на основании (7) векторное уравнение абсолютного ускорения точки B_2 примет вид:

$$\bar{a}_{B_2} = \bar{a}_A + \bar{a}_{B_2A}^n + \bar{a}_{B_2A}^\tau \quad (8)$$

В этом уравнении известно по величине и направлению ускорение \bar{a}_A точки А. Вектор нормального ускорения в относительном движении $\bar{a}_{B_2A}^n$ может быть определен по величине

$$a_{B_2A}^n = \frac{V_{B_2A}^2}{\rho} = \frac{V_{B_2A}^2}{\ell_{AB}} = \omega_2^2 \cdot \ell_{AB} \quad (9)$$

и по направлению. Он направлен к центру кривизны траектории движения, т.е. параллельно звену АВ от точки B_2 к точке А ($\rho = \ell_{AB}$).

Для вектора $\bar{a}_{B_2A}^\tau$ не известны ни величина, ни направление, а известна только линия, по которой он направлен. Эта линия перпендикулярна звену АВ, так как известно, что тангенциальное ускорение всегда направлено по касательной к окружности, описываемой точкой во вращательном движении (в нашем примере точка B_2 описывает окружность вокруг точки А).

С другой стороны, абсолютное ускорение точки B_3 звена 3 по аналогии равно:

$$\bar{a}_{B_3} = \bar{a}_C + \bar{a}_{B_3A}^n + \bar{a}_{B_3A}^\tau \quad (10)$$

Так как точки B_2 и B_3 соединяются в точке В шарнирно, то имеем:

$$\bar{a}_{B_2} = \bar{a}_{B_3} = \bar{a}_B.$$

Поэтому векторные уравнения абсолютных ускорений точки В могут быть записаны в следующем виде:

$$\begin{cases} \bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau \\ \bar{a}_B = \bar{a}_C + \bar{a}_{BC}^n + \bar{a}_{BC}^\tau. \end{cases} \quad (11)$$

В уравнениях системы (11) вектора \bar{a}_A и \bar{a}_C известны и по величине, и по направлению. Величина вектора \bar{a}_{BA}^n определится по уравнению (9), а вектора \bar{a}_{BC}^n по уравнению:

$$\bar{a}_{BC}^n = \frac{V_{BC}^2}{l_{BC}} = \omega_3^2 \cdot l_{BC}. \quad (12)$$

Вектор \bar{a}_{BA}^n направлен к центру кривизны траектории движения, т.е. параллельно звену АВ от точки В к точке А, вектор \bar{a}_{BC}^n – параллельно звену ВС от точки В к точке С. Величина и направление векторов \bar{a}_{BA}^τ и \bar{a}_{BC}^τ неизвестны. Известно лишь, что вектор \bar{a}_{BA}^τ расположен на линии, перпендикулярной звену АВ, а вектор \bar{a}_{BC}^τ - на линии, перпендикулярной звену ВС.

Решение векторных уравнений системы (11) проводят графически, то есть методом построения плана ускорений, в соответствии со следующей последовательностью:

1. Выбор масштабного коэффициента плана ускорений.

Для построения плана ускорений необходимо векторы известных ускорений представить в виде отрезков, длины которых определяются через масштабный коэффициент плана ускорений μ_a .

При выборе μ_a руководствуются рекомендациями ГОСТа ЕСКД аналогично, как и при выборе μ_l . Масштабный коэффициент μ_a имеет размерность $\frac{m/c^2}{mm}$.

2. Обозначение полюса плана ускорений.

На свободном месте чертежа (рис. 8) построим точку P_a (полнос плана ускорений), в котором находятся все неподвижные точки рассматриваемой системы.

3. Построение первого уравнения системы:

а) построение вектора $\overline{a_A}$ (известны модуль и направление).

Через точку P_a проведем прямую, коллинеарную вектору $\overline{a_A}$.

На этой прямой отложим отрезок $\overline{P_a a} = \frac{\overline{a_A}}{\mu_a}$. Направление вектора $\overline{P_a a}$

должно совпадать с направлением вектора $\overline{a_A}$;

б) построение вектора $\overline{a_{BA}^n}$ (известны модуль и направление).

Из конца предыдущего вектора (точка a) проведем параллельно звену АВ прямую, на которой будет лежать вектор $\overline{a_{BA}^n}$.

На этой прямой отложим отрезок $\overline{an} = \frac{\overline{a_{BA}^n}}{\mu_a}$. Направление вектора \overline{an}

должно совпадать с направлением вектора $\overline{a_{BA}^n}$ (от точки В к точке А);

в) построение вектора $\overline{a_{BA}^\tau}$ (известно направление).

Из конца предыдущего вектора (точка n) перпендикулярно звену АВ проведем прямую, на которой будет лежать вектор $\overline{a_{BA}^\tau}$.

Так как модуль этого вектора определить невозможно, переходим к решению второго уравнения.

4. Построение второго уравнения системы:

а) построение вектора $\overline{a_C}$ (известны модуль и направление).

Через точку P_a проведем прямую, параллельную вектору $\overline{a_C}$.

На этой прямой отложим отрезок $\overline{P_a c} = \frac{\overline{a_C}}{\mu_a}$. Направление вектора $\overline{P_a c}$

должно совпадать с направлением вектора $\overline{a_C}$;

б) построение вектора \bar{a}_{BC}^n (известны модуль и направление).

Из конца предыдущего вектора (точка c) проведем параллельно звену BC прямую, на которой будет лежать вектор \bar{a}_{BC}^n .

На этой прямой отложим отрезок $\overline{cm} = \frac{\bar{a}_{BC}^n}{\mu_a}$. Направление вектора \overline{cm}

должно совпадать с направлением вектора \bar{a}_{BC}^n (от точки B к точке C);

в) построение вектора \bar{a}_{BC}^τ (известно направление).

Из конца предыдущего вектора (точка m) перпендикулярно звену BC проведем прямую, на которой будет лежать вектор \bar{a}_{BC}^τ .

Так как модуль этого вектора определить невозможно, рассмотрим совместное решение двух уравнений системы (11).

5. Определение ускорения точки B.

Единственно возможным решением системы (11) является пересечение прямых, проходящих через точки n и m , которое и даст положение точки b .

Соединив точку b с полюсом плана ускорений, получим вектор $\overline{P_a b}$ абсолютного ускорения точки B. Действительная величина ускорения точки B будет $a_B = (P_a b)\mu_a$.

По уравнениям системы (11) можно определить направления относительных ускорений \bar{a}_{BA}^τ и \bar{a}_{BC}^τ . Например, направление вектора \bar{a}_{BA}^τ находим из векторной суммы $\bar{a}_{BA} = \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau$, то есть к вектору \overline{an} на плане ускорений прибавляется вектор \overline{nb} , причем конец вектора \overline{nb} должен быть в точке b , так как вектор \overline{ab} есть суммарный вектор. Соответственно, вектор \overline{mb} также оканчивается в точке b плана ускорений.

Для определения абсолютного ускорения a_D произвольной точки D звена 3 (см. рис. 7) воспользуемся правилом подобия. Для этого построим на отрезке bc плана ускорений треугольник bcd , подобный треугольнику BCD на плане механизма. Для построения используем соотношение:

$$\frac{bc}{BC} = \frac{bd}{BD} = \frac{cd}{CD},$$

из которого можно найти неизвестные стороны треугольника на плане ускорений bd и cd . При обходе контура bcd в каком-либо направлении (по ходу или против хода часовой стрелки) порядок букв должен совпадать с порядком букв контура BCD . Соединив точку d с полюсом плана ускорений, получим вектор $\overline{P_a d}$ абсолютного ускорения точки D .

Истинное ускорение точки D будет равно:

$$a_D = (P_a d)\mu_a.$$

Ускорение какой-либо точки S , лежащей на звене AB , определяется также по теореме подобия из соотношения:

$$\frac{as}{AS} = \frac{ab}{AB}, \text{ откуда } as = ab \cdot \frac{AS}{AB} = ab \cdot \frac{\ell_{AS}}{\ell_{AB}}.$$

Отложив на отрезке ab плана ускорений величину отрезка as , получим точку s – конец вектора абсолютного ускорения точки S . Соединив точку s с полюсом, получим вектор $\overline{P_a s}$ ускорения точки S . Величина этого ускорения будет равна: $a_S = (P_a s)\mu_a$.

Теперь можно найти угловые ускорения звеньев в их относительном движении. Так как известны тангенциальные ускорения в относительном движении, то справедливы выражения:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^\tau}{\ell_{AB}} = \frac{\mu_a(nb)}{\mu_\ell \cdot AB}, \quad (13)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{BC}^\tau}{\ell_{BC}} = \frac{\mu_a(mb)}{\mu_\ell \cdot BC}. \quad (14)$$

Направление углового ускорения определяют следующим образом. Вектор тангенциального ускорения «мысленно» переносят в соответствующую точку плана механизма, например, вектор тангенциального ускорения в относительном движении точки B при вращении ее вокруг точки A – в точку B . Тогда направление приложенного

вектора укажет, направлено ли угловое ускорение звена по ходу или против хода часовой стрелки. В нашем примере угловое ускорение $\overline{\varepsilon_2}$ направлено против хода часовой стрелки. Аналогично, определив направление углового ускорения $\overline{\varepsilon_3}$, видим, что оно направлено против хода часовой стрелки (см. рис. 7).

1.3.3. Построение плана скоростей группы Ассура II-го класса 2-го вида

Известно, что в состав групп Ассура II-го класса 2-го вида входит одна поступательная и две последовательно расположенные вращательные пары (рис. 9).

Здесь точка В принадлежит вращательной кинематической паре, образованной звеньями 2 и 3, а точка В', принадлежащая поступательной кинематической паре, образованной звеньями 3 и 4, в каждый данный момент времени совпадает по своему местонахождению с точкой В. Принимая в качестве переносных скорость V_A точки А и скорость $V_{B'}$ точки В', в соответствии с ранее изложенным составим два векторных уравнения для определения абсолютной скорости точки В:

$$\begin{cases} \overline{V}_B = \overline{V}_A + \overline{V}_{BA}, \\ \overline{V}_B = \overline{V}_{B'} + \overline{V}_{BB'}. \end{cases} \quad (15)$$

В уравнениях известно: величина и направление вектора V_A (из начальных условий); направление вектора V_{BA} – по касательной к траектории движения (окружность с центром в точке А), т.е. перпендикулярно звену АВ; величина и направление вектора $V_{B'}$ (из начальных условий); направление вектора $V_{BB'}$ – по касательной к траектории движения (окружность с центром в точке O_3), т.е. перпендикулярно отрезку O_3B .

Последовательность решения системы (15) (рис. 10) аналогична п. 1.3.1 (см. рис. 6) с учетом отличия направлений векторов.

Нужно отметить, что направление отрезка $b'b$ вектора относительной скорости $V_{BB'}$ по касательной к траектории движения звена 3, т.е.

перпендикулярно радиусу кривизны ρ ($\rho = l_{O_3B}$), где O_3 – центр кривизны звена 4. Имея план скоростей, можно определить действительные значения относительных скоростей V_{BA} , $V_{BB'}$ и абсолютной скорости V_B : $V_{BA} = \mu_V(ab)$, $V_{BB'} = \mu_V(b'b)$, $V_B = \mu_V(P_Vb)$.

Угловые скорости звеньев 2 и 3 определяются по формулам:

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{AB}} = \frac{\mu_V(ab)}{\mu_{\ell}AB}; \quad \omega_3 = \omega_3^{nep} \pm \omega_3^{отн},$$

где ω_3^{nep} – переносная угловая скорость движения звена 3 совместно со звеном 4, равная по величине и направлению угловой скорости ω_4 звена 4, известной из начальных условий;

$\omega_3^{отн}$ – угловая скорость движения звена 3 по дуге с центром кривизны O_3 :

$$\omega_3^{отн} = \frac{V_{BB'}}{\rho} = \frac{\mu_V(b'b)}{\mu_{\ell}O_3B}.$$

Знак «+» в выражении для определения ω_3 берется в случае совпадения направления угловых скоростей $\omega_3^{nep} = \omega_4$ и $\omega_3^{отн}$, знак «-» – когда эти скорости имеют противоположное направление. В нашем случае угловые скорости ω_4 и $\omega_3^{отн}$ разнонаправлены (см. рис. 9), тогда $\omega_3 = \omega_3^{nep} - \omega_3^{отн}$.

В частном случае направляющая (звено 4) может быть прямолинейной (рис. 11). Методика построения плана скоростей в данном случае будет аналогична вышеприведенной. План скоростей показан на рис. 12. Нужно отметить, что направление отрезка $b'b$ вектора относительной скорости $V_{BB'}$ параллельно траектории движения звена 3 вдоль звена 4, а угловая скорость ω_3 звена 3 в случае прямолинейности кулисы (звена 4) будет равна по величине и направлению угловой скорости самой кулисы, т.е. $\overline{\omega_3} = \overline{\omega_4}$, которая должна быть известна заранее.

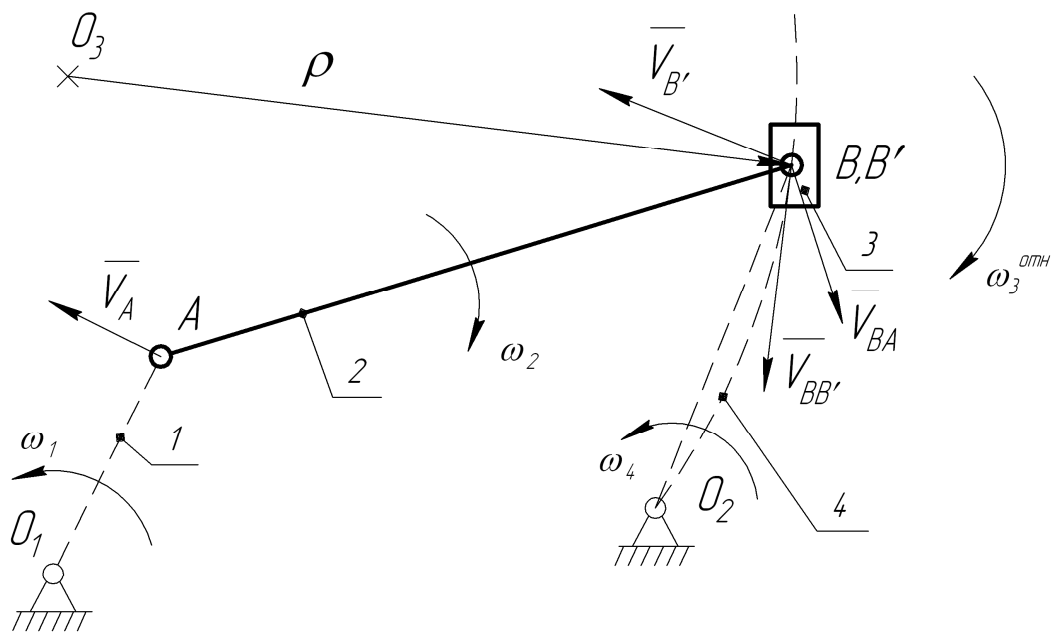


Рис. 9

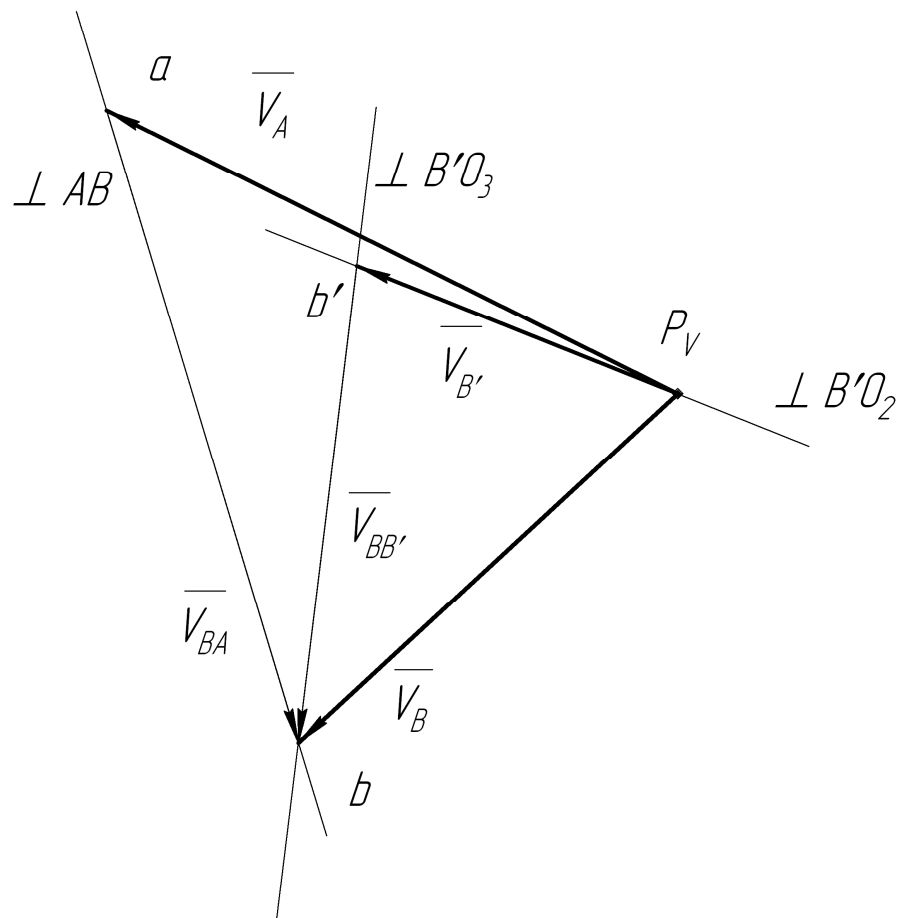


Рис. 10

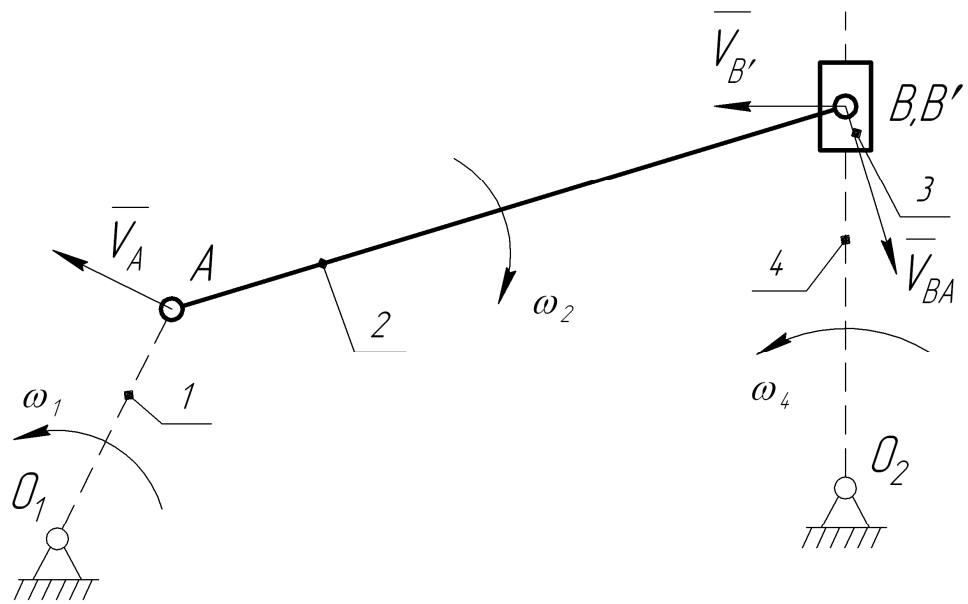


Рис. 11

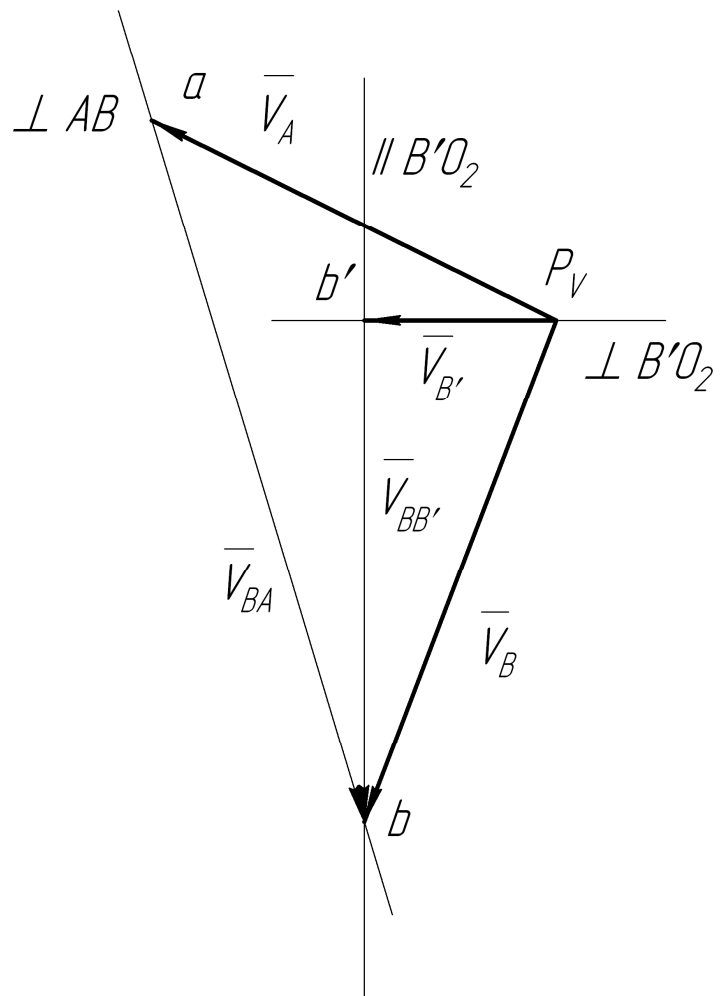


Рис. 12

1.3.4. Построение плана ускорений группы Ассура II-го класса 2-го вида

Рассмотрим построение плана ускорений для группы Ассура II-го класса 2-го вида (рис. 13). Считаем известными абсолютные ускорения точек А и В'. Требуется определить ускорение точки В – шарнира, образованного звеньями 2 и 3.

При движении точки В по направляющей (кулисе) вектор относительной скорости $\vec{V}_{BB'}$ поворачивается вследствие вращения направляющей, а вектор переносной скорости получает некоторое приращение вследствие перемещения звена 3 вдоль направляющей. Это обуславливает появление добавочного или кориолисова ускорения.

При этом плоском движении звеньев величина его определяется равенством:

$$a_{BB'}^k = 2\omega_4 \cdot V_{BB'}. \quad (16)$$

Предполагается, что план скоростей данной группы уже построен, и величины ω_4 и $\vec{V}_{BB'}$ определены.

Для построения плана ускорений данной группы Ассура составим векторные уравнения аналогично описанному в пункте 1.3.2:

$$\begin{cases} \vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau \\ \vec{a}_B = \vec{a}_{B'} + \vec{a}_{BB'}^k + \vec{a}_{BB'}^n + \vec{a}_{BB'}^\tau. \end{cases} \quad (17)$$

Для системы (17) известны:

- модуль и направление векторов \vec{a}_A и $\vec{a}_{B'}$ (из начальных условий);
- модуль и направление вектора \vec{a}_{BA}^n (см. (9));
- положение прямой, на которой лежит вектор \vec{a}_{BA}^τ ;
- модуль и направление вектора $\vec{a}_{BB'}^k$ (см. (16));
- модуль и направление вектора $\vec{a}_{BB'}^n$ (см. (9), в которой $\rho = l_{O_3B}$ – радиус кривизны звена 4, известный из начальных условий);
- положение прямой, на которой лежит вектор $\vec{a}_{BB'}^\tau$.

Для решения первого уравнения системы (17) (рис. 14) повторим этапы 1...3 подразд. 1.3.2.

Для решения второго уравнения системы (17) выполним следующую последовательность действий (см. рис. 14):

1. Построение второго уравнения системы:

а) построение вектора $\bar{a}_{B'}$ (известны модуль и направление).

Через точку P_a проведем прямую, параллельную вектору $\bar{a}_{B'}$.

На этой прямой отложим отрезок $\overline{P_a b'} = \bar{a}_{B'} / \mu_a$. Направление вектора $\overline{P_a b'}$ должно совпадать с направлением вектора $\bar{a}_{B'}$;

б) построение вектора $\bar{a}_{BB'}^k$ (известны модуль и направление).

Из конца предыдущего вектора (точка b') проведем нормаль к траектории движения звена 3 относительно звена 4, на которой будет лежать вектор $\bar{a}_{BB'}^k$. Направление вектора $\bar{a}_{BB'}^k$ покажет вектор $\bar{V}_{BB'}$, повернутый в направлении переносной угловой скорости ω_4 на 90° (см. рис. 13).

На этой прямой отложим отрезок $\overline{b'k} = \bar{a}_{BB'}^k / \mu_a$;

в) построение вектора $\bar{a}_{BB'}^n$ (известны модуль и направление).

Из конца предыдущего вектора (точка k) параллельно радиусу кривизны проведем прямую, на которой будет лежать вектор $\bar{a}_{BB'}^n$.

На этой прямой отложим отрезок $\overline{km} = \bar{a}_{BB'}^n / \mu_a$. Направление вектора \overline{km} должно совпадать с направлением вектора $\bar{a}_{BB'}^n$ (от точки B' к точке O_3);

г) построение вектора $\bar{a}_{BB'}^\tau$ (известно направление).

Из конца предыдущего вектора (точка m) перпендикулярно радиусу кривизны (O_3B') проведем прямую, на которой будет лежать вектор $\bar{a}_{BB'}^\tau$.

Так как модуль этого вектора определить невозможно, рассмотрим совместное решение уравнений системы (17).

2. Определение ускорения точки В.

Единственно возможным решением системы (17) является пересечение прямых, проходящих через точки n и m , которое и даст положение точки b . Вектор абсолютного ускорения точки В изображает отрезок $P_a b$.

Абсолютное ускорение точки В, а также тангенциальные ускорения определяются из выражений: $a_B = \mu_a(P_a b)$; $a_{BB'}^\tau = \mu_a(mb)$; $a_{BA}^\tau = \mu_a(nb)$.

Угловое ускорение ε_2 звена 2 по величине и направлению определяется аналогично описанному в подразд. 1.3.2. Угловое ускорение звена 3 определяется по формуле $\varepsilon_3 = \varepsilon_3^{nep} \pm \varepsilon_3^{omn}$, (18)

где ε_3^{nep} – переносное угловое ускорение движения звена 3 совместно со звеном 4, равное по величине и направлению угловому ускорению ε_4 звена 4, известному из начальных условий;

ε_3^{omn} – угловое ускорение движения звена 3 по дуге с центром кривизны O_3 :

$$\varepsilon_3^{omn} = a_{BB'}^\tau / \rho.$$

Знак «+» в выражении для определения ε_3 берется в случае совпадения направления угловых ускорений $\varepsilon_3^{nep} = \varepsilon_4$ и ε_3^{omn} , знак «-» – когда эти ускорения имеют противоположное направление.

В частном случае направляющая (звено 4) может быть прямолинейной (рис. 15). Методика построения плана ускорений в данном случае будет аналогична вышеприведенной (в соответствии с системой (17)).

Нужно отметить, что во втором уравнении системы (17) величина $a_{BB'}^n = 0$, так как ползун перемещается по прямолинейной направляющей, радиус кривизны которой $\rho = \infty$, и, соответственно, отсутствует отрезок \overline{km} (рис. 16). Угловое ускорение звена 3 в случае прямолинейности кулисы (звена 4) будет равно угловому ускорению самой кулисы, т.е. $\overline{\varepsilon_3} = \overline{\varepsilon_4}$, которое должно быть определено или известно заранее.

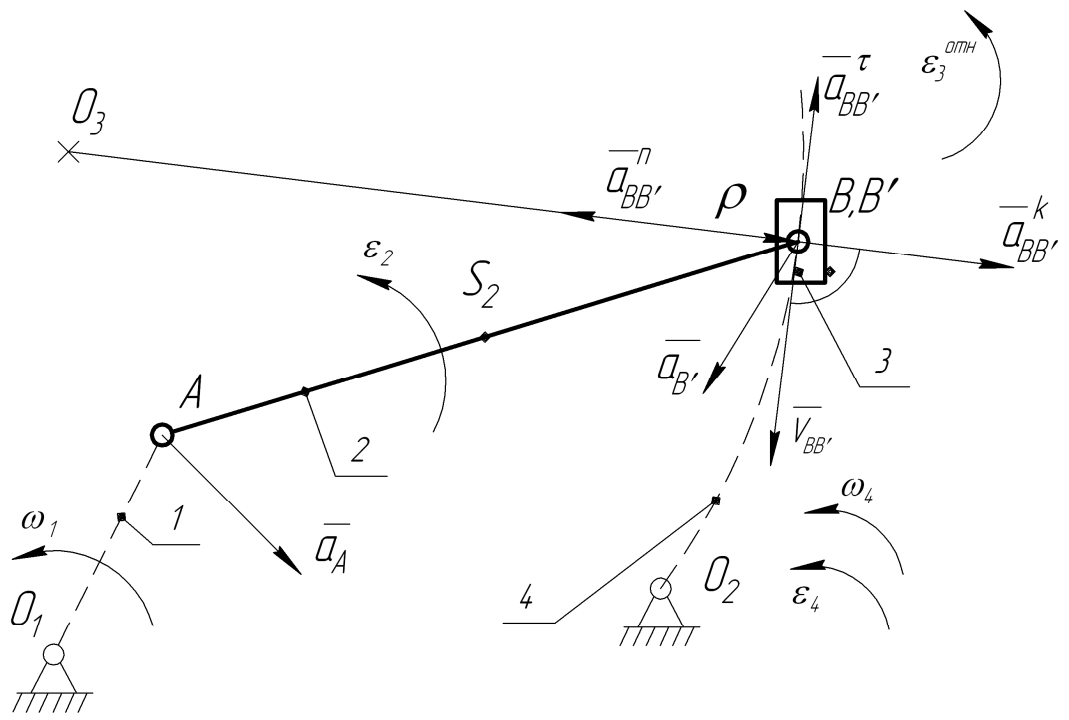


Рис. 13

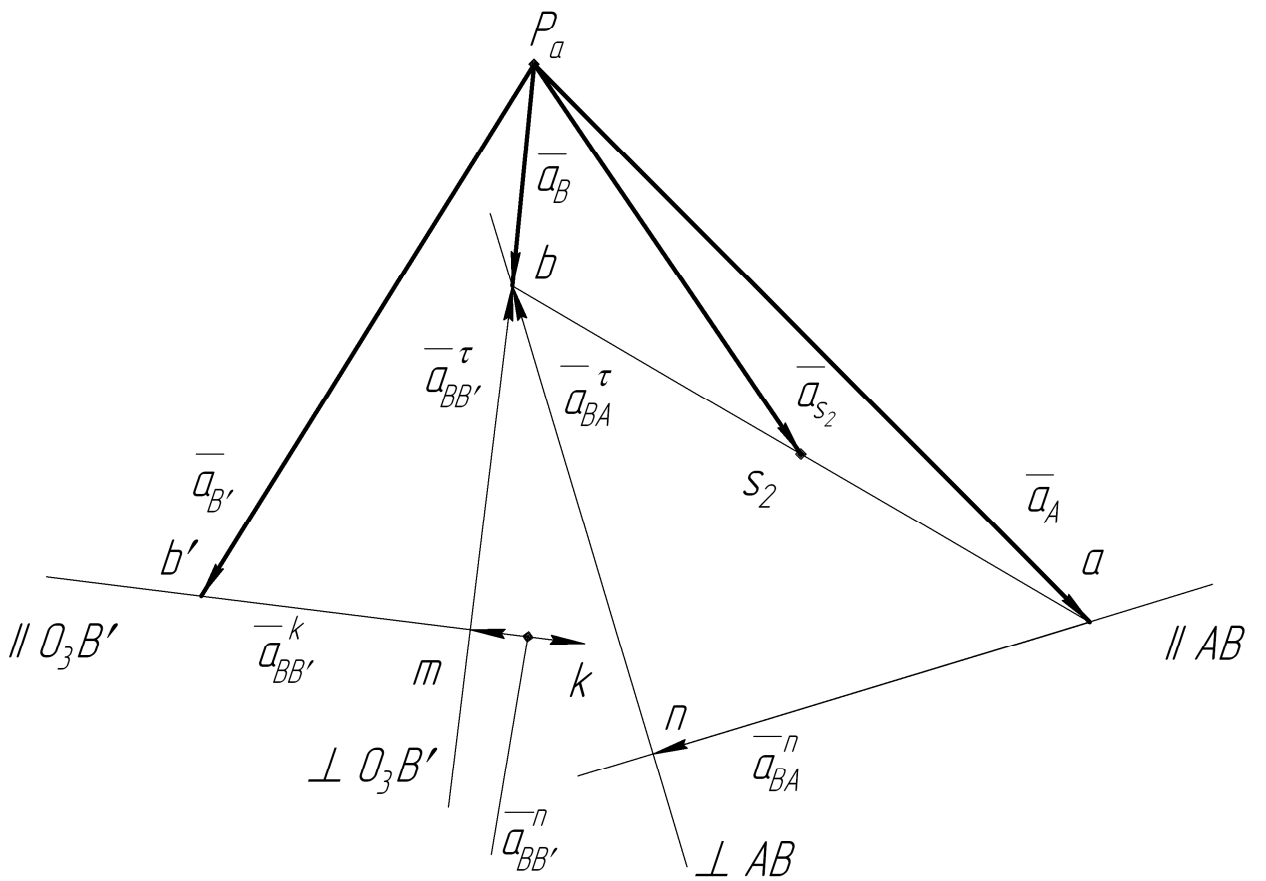


Рис. 14

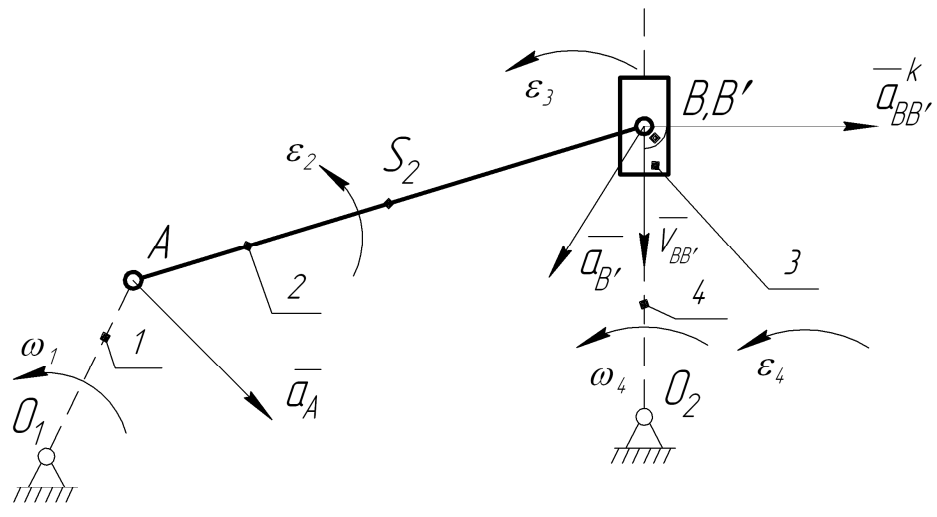


Рис. 15

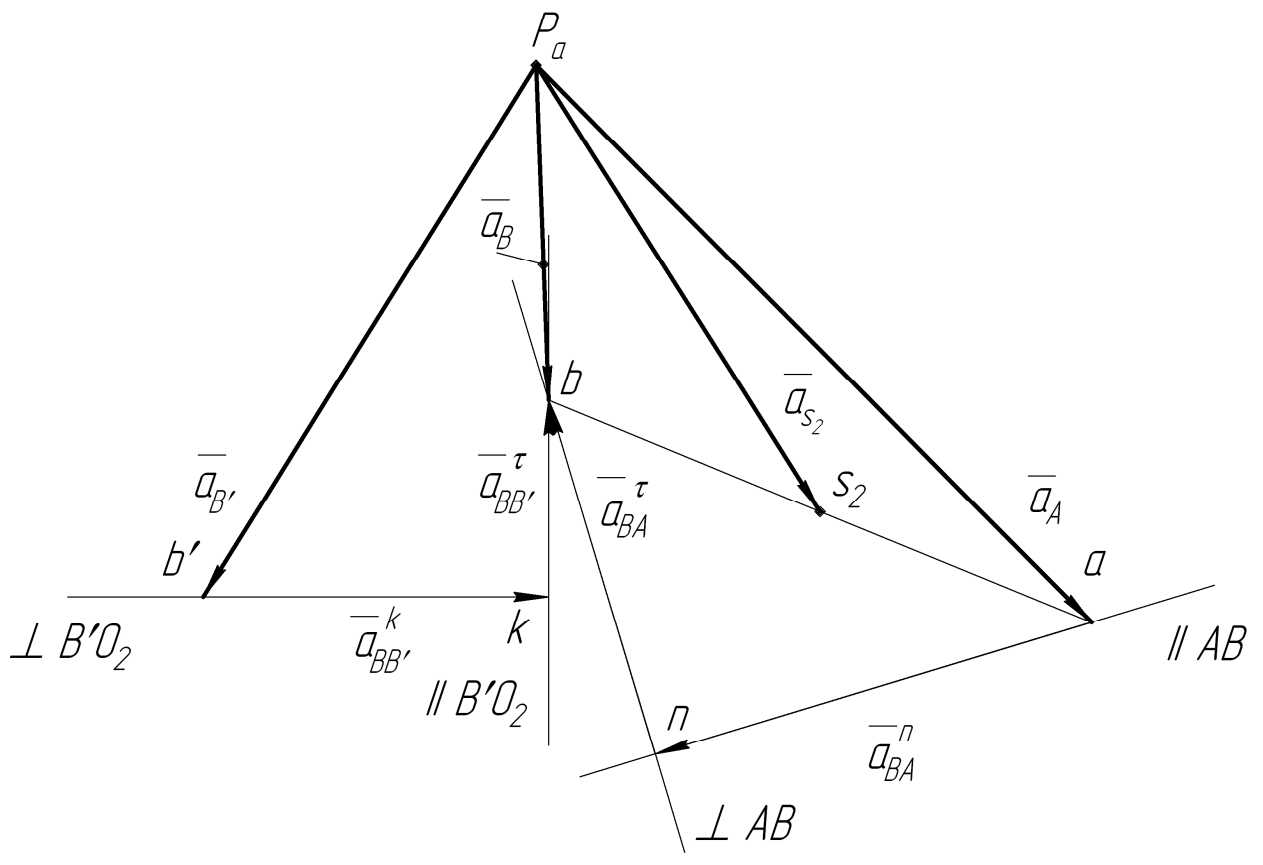


Рис. 16

1.3.5. Построение плана скоростей группы Ассура II-го класса 3-го вида

В состав группы Ассура II-го класса 3-го вида входят, также как и в группу Ассура II-го класса 2-го вида, два шарнира и одна поступательная пара. Отличие этих групп в том, что в группе 2-го вида поступательная пара является крайней (внешней) кинематической парой, которой группа присоединяется к механизму, а в группе 3-го вида поступательная пара является средней (внутренней) кинематической парой, которая образуется самими звеньями, входящими в группу II-го класса 3-го вида (рис. 17). Поэтому движение звена 3 раскладывают на относительное – вдоль камня 2, и переносное – вместе с камнем 2.

Пусть группа присоединена шарнирами А и В к входным звеньям 1 и 4, вращающимся с известными угловыми скоростями ω_1 и ω_4 , тогда

$$V_A = \omega_1 \cdot \ell_{O_1A};$$

$$V_B = \omega_4 \cdot \ell_{O_2B}.$$

Для составления векторных уравнений, определяющих скорости точек звеньев группы, введем в рассмотрение вспомогательную плоскость S, принадлежащую направляющей 3. Таким образом расширим область охвата звена 3 с таким условием, чтобы она перекрыла точку А (рис. 17, а, б). В этой точке геометрически будут совпадать точки A_1 и A_2 звеньев 1 и 2 с точкой A_3 , принадлежащей плоскости S, то есть направляющей 3. Рассмотрим точку A_3 звена 3 и точку A_2 звена 2, геометрически совпадающие в данный момент, и свяжем их скорости уравнением сложного движения $\vec{V}_{A_3} = \vec{V}_{A_2} + \vec{V}_{A_3A_2}$; другим уравнением, необходимым для определения скорости точки A_3 , является уравнение плоского движения $\vec{V}_{A_3} = \vec{V}_B + \vec{V}_{A_3B}$, связывающего скорости точек A_3 и В звена 3.

Объединим эти два векторных уравнения в систему:

$$\begin{cases} \vec{V}_{A_3} = \vec{V}_{A_2} + \vec{V}_{A_3A_2} \\ \vec{V}_{A_3} = \vec{V}_B + \vec{V}_{A_3B}. \end{cases} \quad (19)$$

Так как точки A_1 и A_2 образуют шарнир A , то $\bar{V}_{A_1} = \bar{V}_{A_2} = \bar{V}_A$.

Скорость \bar{V}_{A_3B} неизвестна по величине, но известно, что она направлена перпендикулярно линии, соединяющей точки A_3B . Движение точки A_3 относительно точки A_2 получается за счет поступательного движения камня 2 вдоль направляющей звена 3 (влияние вращательного движения исключается, т.к. радиус вращения равен нулю – положение точек A_3 и A_2 совпадает), поэтому относительная скорость $\bar{V}_{A_3A_2}$ параллельна направляющей 3. Таким образом, в системе уравнений (19) две скорости известны по величине и направлению, а две скорости неизвестны по величине, но известны линии, по которым они направлены. Данное уравнение можно решить графическим способом, то есть методом планов скоростей.

Последовательность решения системы (19) (рис. 18) аналогична п. 1.3.3 с учетом отличия направлений векторов.

Построение плана скоростей начинают со скоростей \bar{V}_A и \bar{V}_B (см. рис. 18). Находят отрезки $\overline{P_V a}$ и $\overline{P_V b}$, определяющие векторы скоростей \bar{V}_A и \bar{V}_B с помощью масштабного коэффициента μ_V , и откладывают их из полюса P_V . Из конца вектора $\overline{P_V a}$ проводим линию параллельно направляющей 3, а из конца вектора $\overline{P_V b}$ – линию перпендикулярно к A_3B . Точка пересечения этих линий определит точку a_3 , а вектор $\overline{P_V a_3}$ определит вектор скорости точки A_3 .

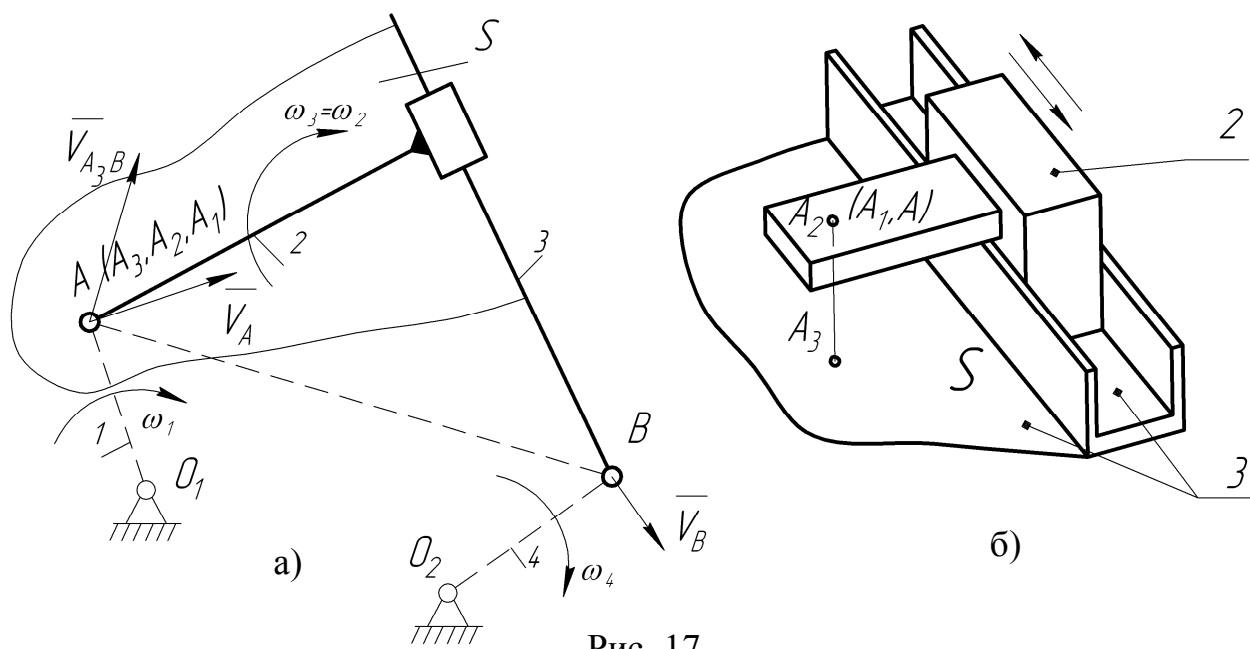


Рис. 17

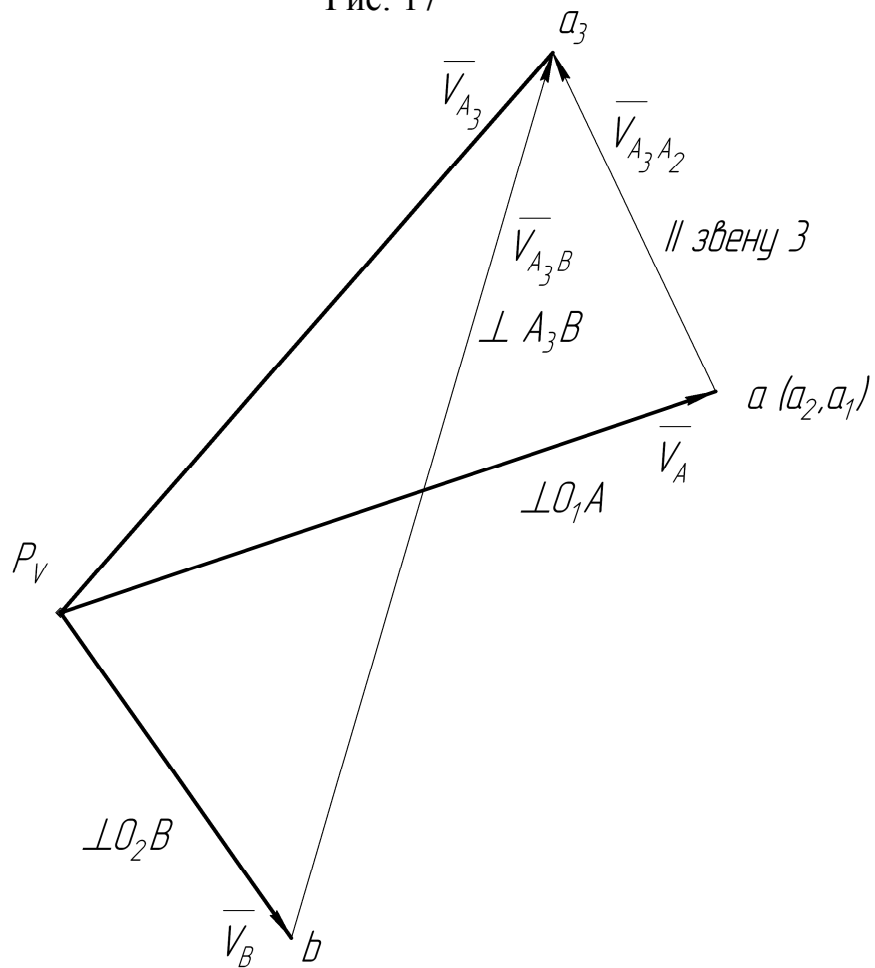


Рис. 18

Направления относительных скоростей $\overline{V}_{A_3B}(\overline{ba_3})$ и $\overline{V}_{A_3A_2}(\overline{aa_3})$ определяются по векторным контурам из уравнений (19).

Действительные скорости определяются из следующих выражений:

$$V_{A_3} = (P_V a_3) \cdot \mu_V; \quad V_{A_3B} = (ba_3) \cdot \mu_V; \quad V_{A_3A_2} = (aa_3) \cdot \mu_V.$$

Определим по величине и направлению угловые скорости звеньев 2 и 3. Согласно вышеизложенному, запишем, что угловая скорость переносного движения равна $\omega_{пер} = \omega_2$. Отметим, что $\omega_2 = \omega_3$, так как звенья 2 и 3 составляют поступательную пару. Следовательно, $\omega_{пер} = \omega_3$, т.е. в системе поступательной пары угловая скорость переносного движения численно равна угловой скорости любого из звеньев этой пары. Угловая скорость звена 3 находится из выражения:

$$\omega_3 = \omega_2 = \frac{V_{A_3B}}{\ell_{A_3B}} = \frac{(ba_3)\mu_V}{A_3B \cdot \mu_\ell}.$$

Для определения направления ω_3 переносим вектор $\overline{ba_3}$ с плана скоростей в точку A_3 на плане механизма. В нашем случае угловая скорость ω_3 направлена по часовой стрелке.

1.3.6. Построение плана ускорений группы Ассура II-го класса 3-го вида

Пусть абсолютные ускорения шарниров А и В известны и по величине, и по направлению (рис. 19, а).

Для определения ускорений точки A_3 применим тот же прием, что и при определении скоростей:

$$\begin{cases} \overline{a}_{A_3} = \overline{a}_B + \overline{a}_{A_3B}^n + \overline{a}_{A_3B}^\tau \\ \overline{a}_{A_3} = \overline{a}_{A_2} + \overline{a}_{A_3A_2}^k + \overline{a}_{A_3A_2}^n + \overline{a}_{A_3A_2}^\tau \end{cases} \quad (20)$$

Найдем величины нормальных ускорений:

$$a_{A_3B}^n = \frac{V_{A_3B}^2}{\ell_{A_3B}} = \frac{((ba_3)\mu_V)^2}{A_3B\mu_\ell};$$

$$bm = \frac{a_{A_3B}^n}{\mu_a} \text{ и направлен параллельно } A_3B \text{ от точки } A_3 \text{ к } B;$$

$$a_{A_3A_2}^n = \frac{V_{A_3A_2}^2}{\rho} = 0, \text{ так как } \rho \rightarrow \infty.$$

Величина кориолисова ускорения определяется ниже:

$$a_{A_3A_2}^k = 2\omega_3 V_{A_3A_2}. \quad (21)$$

Для того, чтобы найти направление вектора $\bar{a}_{A_3A_2}^k$, надо вектор относительной скорости $\bar{V}_{A_3A_2}$ повернуть на 90° в сторону направления угловой переносной скорости $\bar{\omega}_3$. Величину отрезка вектора кориолисова

ускорения находим из выражения $ak = \frac{a_{A_3A_2}^k}{\mu_a}$. Касательные ускорения

неизвестны по величине, но известно, что они параллельны касательным к траекториям движения точек A_3 и A_2 в их относительном движении, т.е. вектор $\bar{a}_{A_3B}^\tau$ перпендикулярен отрезку A_3B , а вектор $\bar{a}_{A_3A_2}^\tau$ параллелен направляющей звена 3.

Таким образом, уравнение (20) можно решить графически, то есть построить план ускорений. Последовательность решения системы (20) (рис. 20) аналогична п. 1.3.4 с учетом отличия направлений векторов.

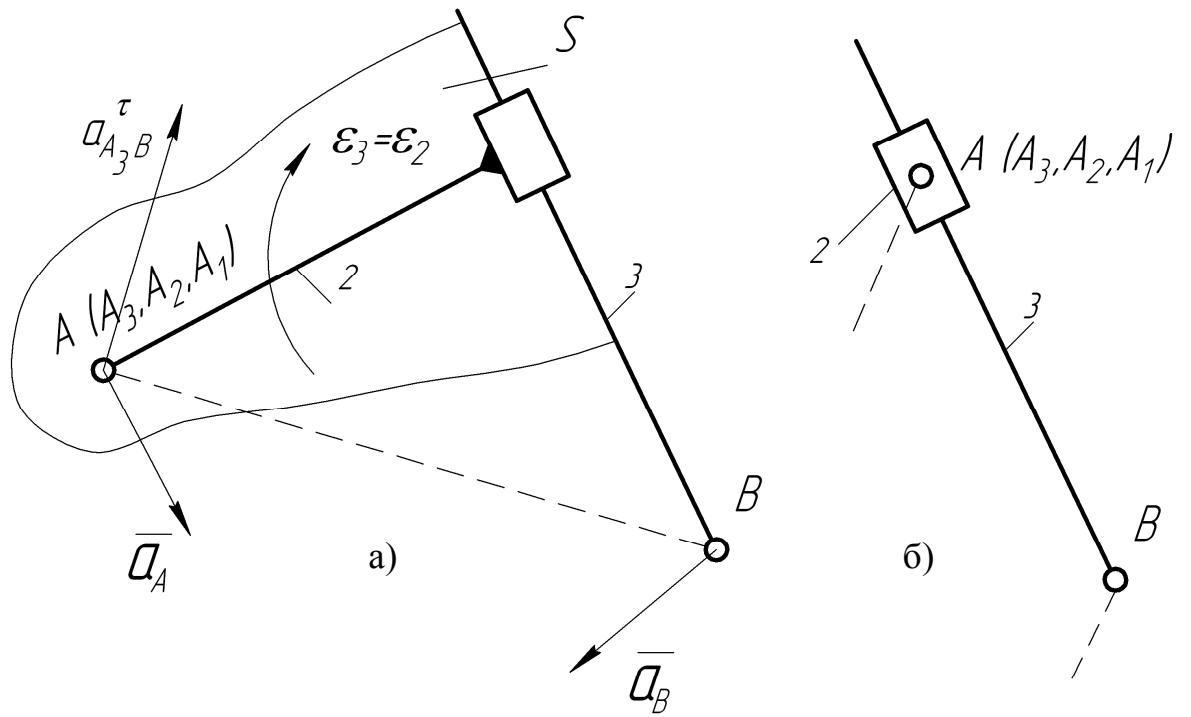


Рис. 19

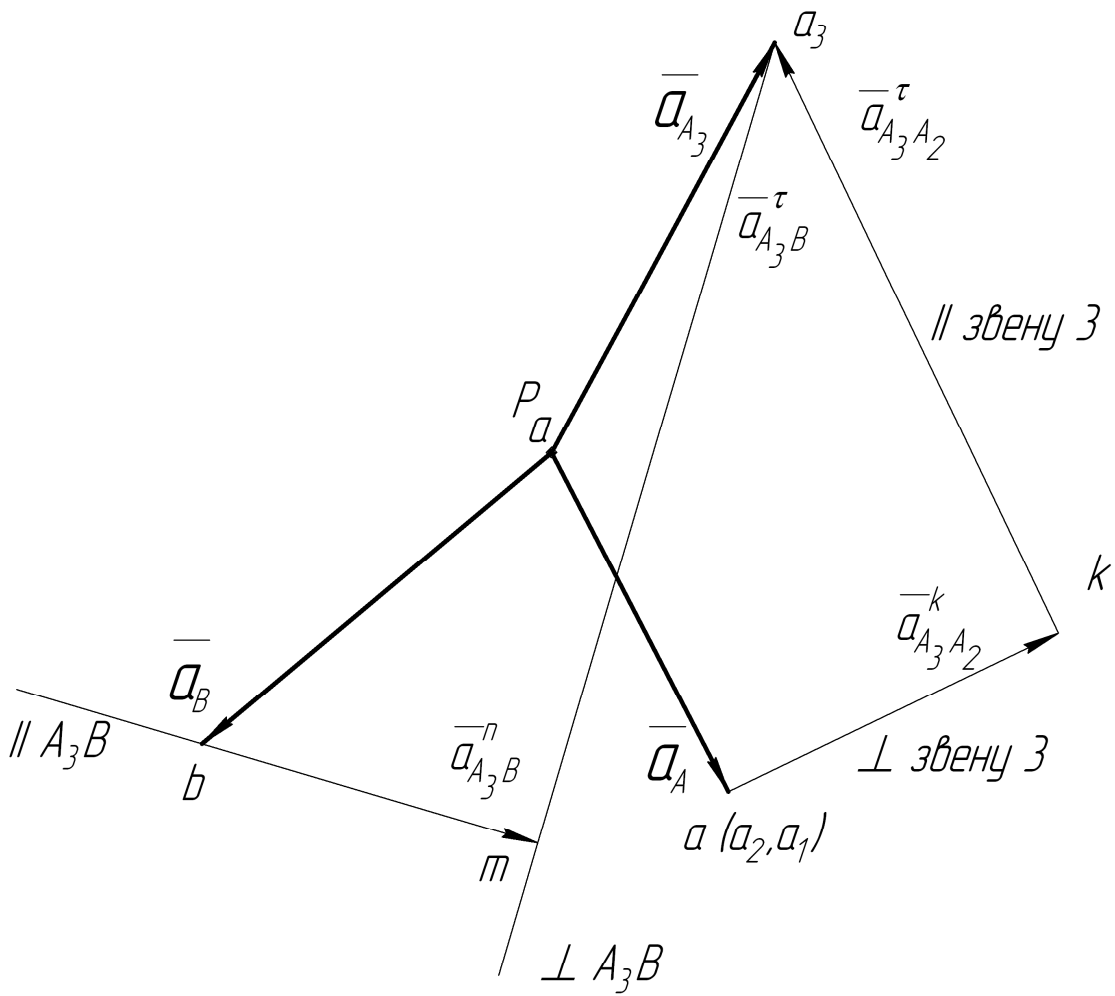


Рис. 20

Точка пересечения линий, по которым направлены касательные ускорения, определит положение точки a_3 на плане ускорений, а отрезок $\overline{P_a a_3}$ определит вектор абсолютного ускорения точки A_3 .

Действительные ускорения определяются из следующих выражений:

$$a_{A_3B}^\tau = (ma_3)\mu_a; \quad a_{A_3A_2}^\tau = (ka_3)\mu_a; \quad a_{A_3}^\tau = (P_a a_3)\mu_a.$$

Угловые ускорения звеньев 2 и 3 равны и определяются из выражения

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_2 = \frac{a_{A_3B}^\tau}{\ell_{A_3B}} = \frac{(ma_3)\mu_a}{A_3B \cdot \mu_\ell}.$$

Для определения направления ε_3 переносим вектор $\overline{ma_3}$ с плана ускорений в точку A_3 на плане механизма. В нашем случае угловое ускорение ε_3 направлено по часовой стрелке.

Частный вид группы Ассур II-го класса 3-го вида показан на рис. 19, б. В этом случае методика построения плана скоростей и ускорений, изложенная в подразд. 1.3.5 и 1.3.6, не претерпевает изменений.

1.3.7. Построение плана скоростей групп Ассур III-го класса с тремя поводками

Определение скоростей звеньев механизмов III-го класса может быть произведено так называемым методом особых точек или точек Ассур.

Пусть задана группа Ассур III-го класса с тремя поводками, причем все входящие в группу кинематические пары – вращательные (рис. 21). Заданы скорости точек В, С и D элементов, которыми поводки 4, 5 и 6 входят во вращательные пары со звеньями 1, 2 и 3 основного механизма. Требуется определить скорости точек и звеньев группы.

Продолжим оси поводков 4 и 5 до пересечения в точке S_1 , которую условно можно считать принадлежащей базисному звену 7. Затем из произвольной точки плоскости – полюса плана скоростей P_V – откладываем

с помощью масштабного коэффициента μ_V заданные скорости точек В, С и D ($\overline{P_V b}$, $\overline{P_V c}$ и $\overline{P_V d}$).

Скорость $\overline{V_{S_1}}$ точки S_1 , как принадлежащей звену 7, определяется из уравнений:

$$\begin{cases} \overline{V_{S_1}} = \overline{V_E} + \overline{V_{S_1 E}} = \overline{V_B} + \overline{V_{EB}} + \overline{V_{S_1 E}} \\ \overline{V_{S_1}} = \overline{V_F} + \overline{V_{S_1 F}} = \overline{V_C} + \overline{V_{FC}} + \overline{V_{S_1 F}} \end{cases} \quad (22)$$

Два последних вектора каждого из уравнений системы (22) направлены по одной прямой, так как оба перпендикулярны к общим направлениям $S_1 B$ или $S_1 C$. То есть имеем вектор $\overline{V_{S_1 B}} = \overline{V_{EB}} + \overline{V_{S_1 E}}$, перпендикулярный к направлению $S_1 B$, и вектор $\overline{V_{S_1 C}} = \overline{V_{FC}} + \overline{V_{S_1 F}}$, перпендикулярный к направлению $S_1 C$.

Пользуясь уравнениями системы (22), проводим через точку b плана скоростей прямую, перпендикулярную к $S_1 B$, то есть направление вектора $\overline{V_{S_1 B}}$, а через точку c – прямую, перпендикулярную к $S_1 C$, то есть направление вектора $\overline{V_{S_1 C}}$. Точка S_1 – пересечение этих двух прямых на плане скоростей (рис. 22) и представляет собой конец вектора скорости $\overline{V_{S_1}}$ особой точки Ассура S_1 . Величина этой скорости равна $V_{S_1} = \mu_V(P_V S_1)$.

Соединим на плане механизма точку S_1 с точкой G прямой линией. Тогда для определения скорости точки G можем составить следующие уравнения:

$$\begin{cases} \overline{V_G} = \overline{V_{S_1}} + \overline{V_{GS_1}} \\ \overline{V_G} = \overline{V_D} + \overline{V_{GD}} \end{cases} \quad (23)$$

Линии векторов относительных скоростей в уравнениях (23) направлены перпендикулярно GS_1 и GD соответственно, т.к. движение т. G относительно точек S_1 и D является вращательным.

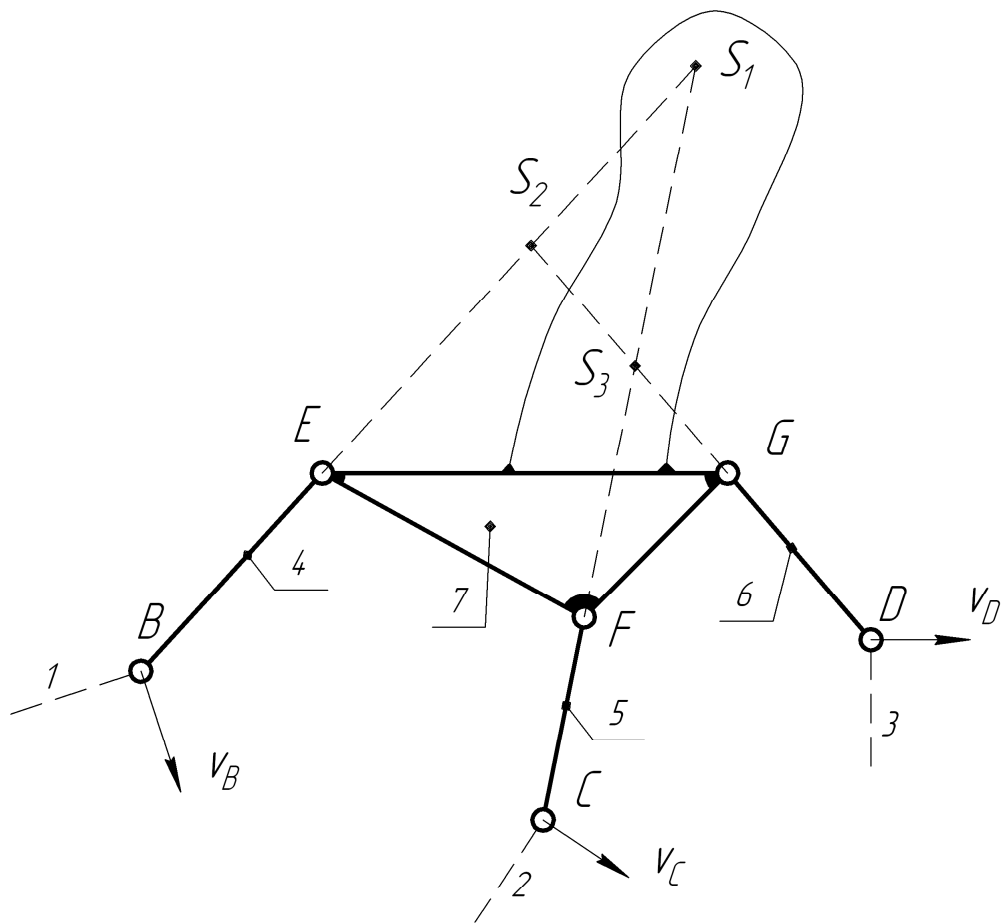


Рис. 21

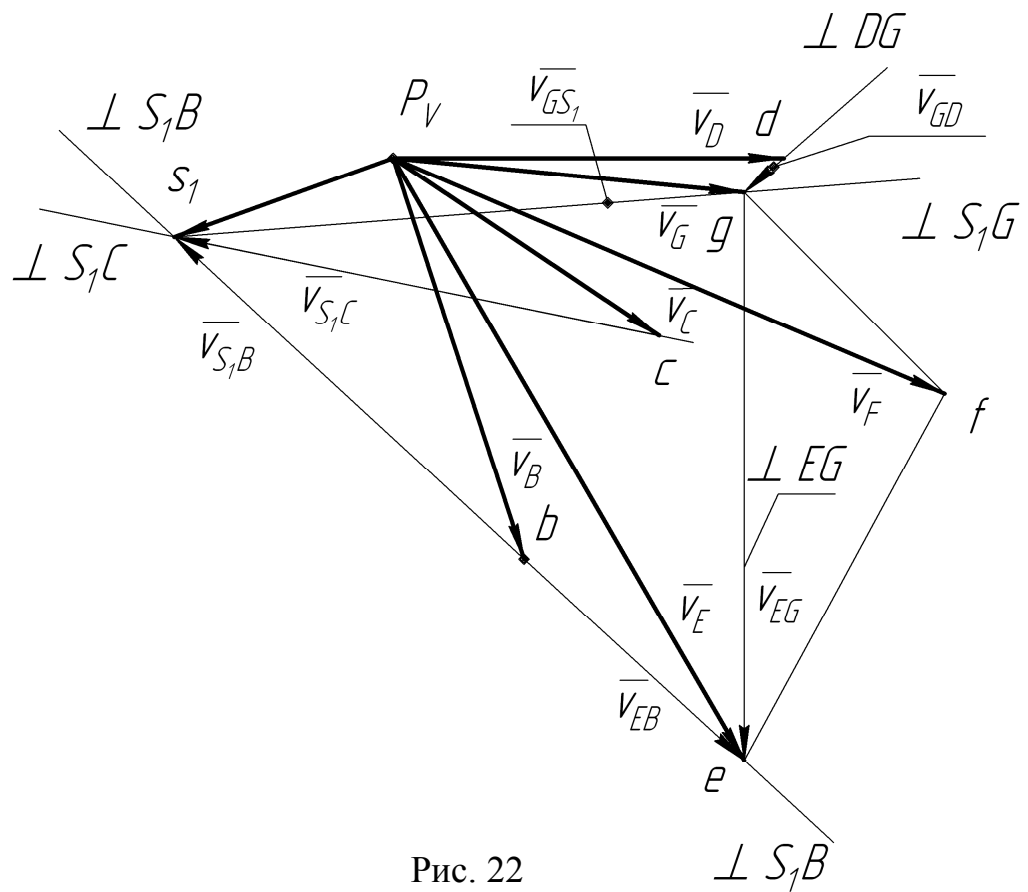


Рис. 22

Дальнейшее построение плана скоростей осуществляется аналогично показанному для группы Ассур II-го класса:

$$\begin{cases} \bar{V}_E = \bar{V}_B + \bar{V}_{EB} \\ \bar{V}_E = \bar{V}_G + \bar{V}_{EG} \end{cases}; \quad (24)$$

$$\begin{cases} \bar{V}_F = \bar{V}_E + \bar{V}_{FE} \\ \bar{V}_F = \bar{V}_G + \bar{V}_{FG} \end{cases}. \quad (25)$$

Для определения скорости т. F вместо системы уравнений (25) можно воспользоваться теоремой подобия.

Построение этих скоростей показано на рис. 22.

1.3.8. Построение плана ускорений группы Ассур III-го класса с тремя поводками

Задача нахождения ускорений группы Ассур III-го класса с тремя поводками решается аналогично задаче о нахождении скоростей.

Пусть заданы ускорения точек B, C и D элементов, которыми поводки 4, 5 и 6 входят во вращательные пары со звеньями 1, 2 и 3 основного механизма (рис. 23). Здесь, так же как и для определения скоростей, воспользуемся особой точкой Ассур S_1 на звене 7. Вообще же в качестве особой точки может быть выбрана любая из трех точек S_1 – пересечение осей поводков BE и CF, S_2 – пересечение осей поводков BE и DG и S_3 – пересечение осей поводков CF и DG (см. рис. 23). Построение ускорений всех точек группы может быть выполнено следующим образом. Выбираем на плоскости произвольную точку P_a за полюс плана ускорений и откладываем из нее определенные с помощью масштабного коэффициента μ_a отрезки $\overline{P_a b}$, $\overline{P_a c}$ и $\overline{P_a d}$ ускорения точек B, C и D соответственно.

Ускорение \bar{a}_{S_1} особой точки определится из уравнений:

$$\begin{cases} \bar{a}_{S_1} = \overline{\bar{a}_B + a_{EB}^n + a_{S_1 E}^n + a_{EB}^\tau + a_{S_1 E}^\tau} = \bar{a}_B + \bar{a}_{S_1 B}^n + \bar{a}_{S_1 B}^\tau \\ \bar{a}_{S_1} = \overline{\bar{a}_C + a_{FC}^n + a_{S_1 F}^n + a_{FC}^\tau + a_{S_1 F}^\tau} = \bar{a}_C + \bar{a}_{S_1 C}^n + \bar{a}_{S_1 C}^\tau \end{cases}. \quad (26)$$

В этих уравнениях суммы нормальных и тангенциальных ускорений для краткости обозначены через результирующие векторы $\bar{a}_{S_1B}^n$, $\bar{a}_{S_1C}^n$ и $\bar{a}_{S_1B}^\tau$, $\bar{a}_{S_1C}^\tau$, так как направления входящих в них слагаемых совпадают. Величины нормальных ускорений определяются обычным методом из уравнений:

$$a_{EB}^n = \frac{V_{EB}^2}{\ell_{EB}}; \quad a_{S_1E}^n = \frac{V_{S_1E}^2}{\ell_{ES_1}}; \quad a_{FC}^n = \frac{V_{FC}^2}{\ell_{FC}}; \quad a_{S_1F}^n = \frac{V_{S_1F}^2}{\ell_{S_1F}}.$$

Направления этих векторов также определяются известными методами. Так как отдельные члены каждой из сумм тангенциальных (касательных) ускорений совпадают по направлению, то нет необходимости в определении каждого члена. Достаточно через концы результирующих векторов нормальных ускорений $\bar{a}_{S_1B}^n$ и $\bar{a}_{S_1C}^n$ (рис. 24, точки n_1 и n_2 соответственно) провести линии направления векторов тангенциальных ускорений в направлениях, перпендикулярных к соответствующим векторам нормальных ускорений. Для этого из точек b и c плана ускорений откладываем отрезки $\overline{bn_1}$ и $\overline{cn_2}$, изображающие с помощью масштабного коэффициента μ_a ускорения $\bar{a}_{S_1B}^n$ и $\bar{a}_{S_1C}^n$.

Через точки n_1 и n_2 проводим прямые, соответственно перпендикулярные векторам $\overline{bn_1}$ и $\overline{cn_2}$. Точка S_1 пересечения этих двух прямых и дает конец вектора \bar{a}_{S_1} абсолютного ускорения точки S_1 , величина которого равна $a_{S_1} = \mu_a(P_a S_1)$.

Ускорение точки G определится из уравнений:

$$\begin{cases} \bar{a}_G = \bar{a}_{S_1} + \bar{a}_{GS_1}^n + \bar{a}_{GS_1}^\tau \\ \bar{a}_G = \bar{a}_D + \bar{a}_{GD}^n + \bar{a}_{GD}^\tau \end{cases} \quad (27)$$

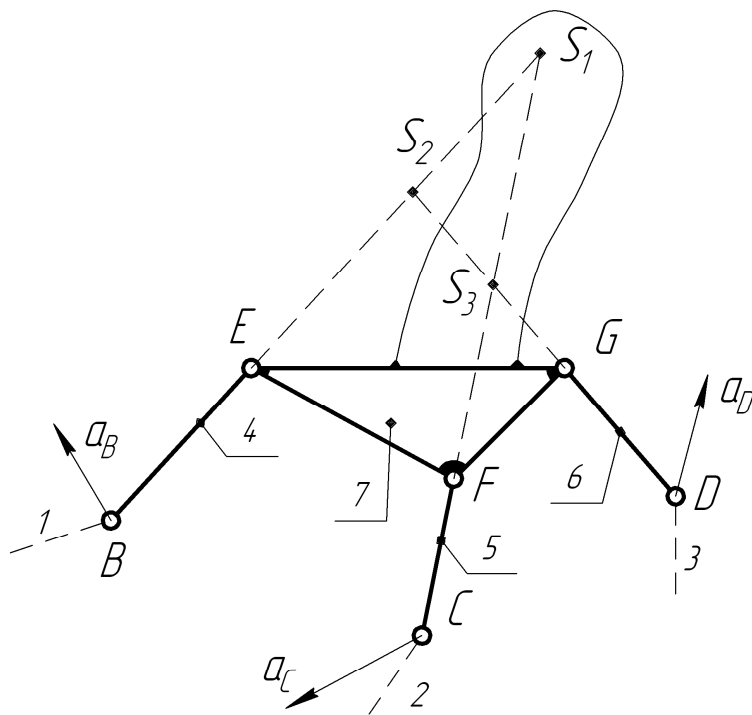


Рис. 23

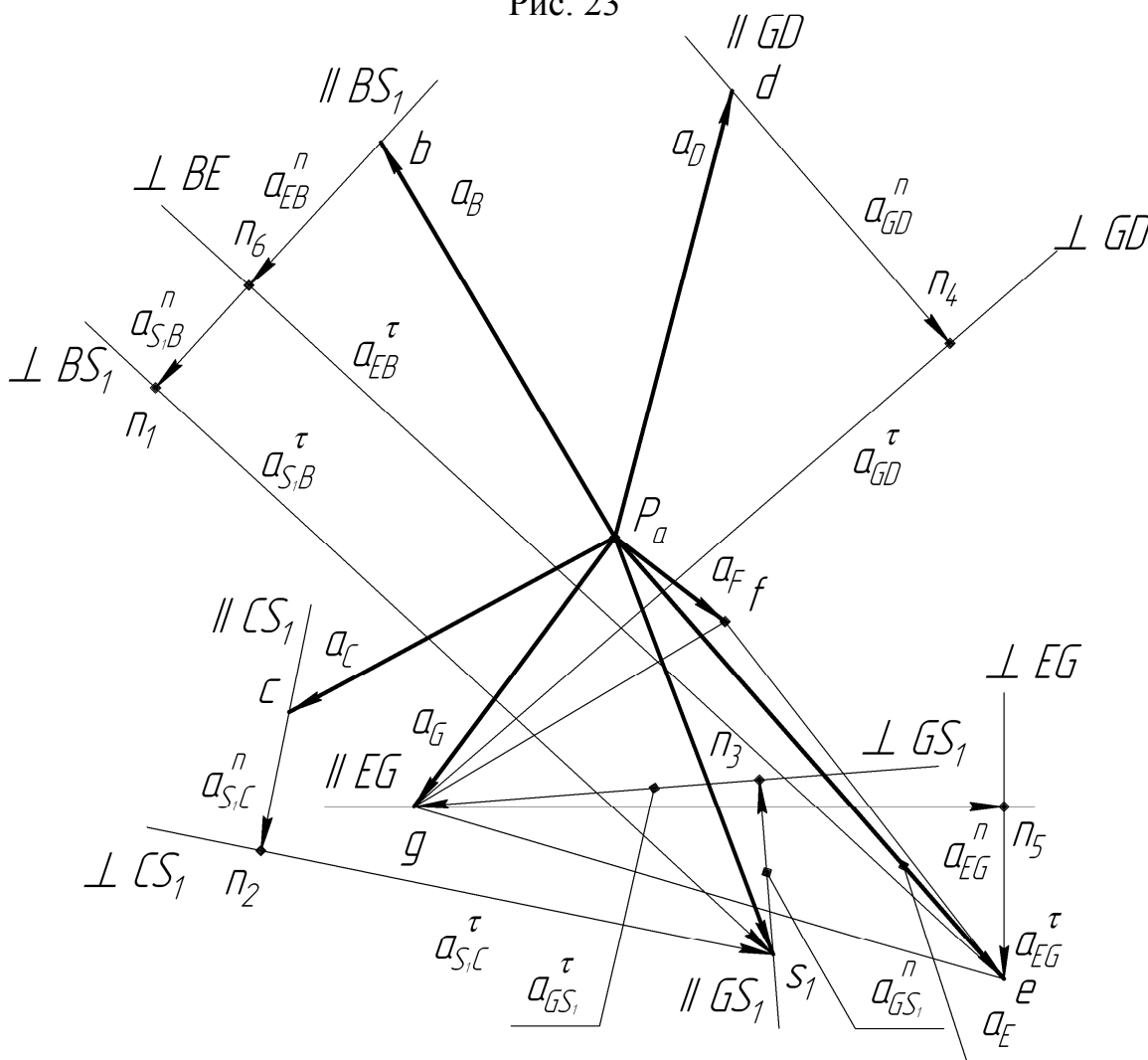


Рис. 24

Ускорение точки E определится из уравнений:

$$\begin{cases} \bar{a}_E = \bar{a}_G + \bar{a}_{EG}^n + \bar{a}_{EG}^\tau \\ \bar{a}_E = \bar{a}_B + \bar{a}_{EB}^n + \bar{a}_{EB}^\tau \end{cases} \quad (28)$$

Ускорение точки F найдется по теореме подобия при рассмотрении подобных треугольников на плане ускорений egf и плане механизма EGF . Соединяя точки e и g на плане ускорений, получим отрезок eg . Для дальнейших построений используем соотношения:

$$\frac{gf}{eg} = \frac{GF}{EG}, \quad \frac{ef}{eg} = \frac{EF}{EG}.$$

Из пропорций можно найти неизвестные стороны gf и ef треугольника на плане ускорений:

$$gf = eg \frac{GF}{EG}; \quad ef = eg \frac{EF}{EG}.$$

Для определения положения точки f проведем окружности радиусами gf и ef из точек g и e соответственно. Из двух возможных положений точки f выбираем единственно верное в соответствии с теоремой подобия. При обходе контура egf на плане ускорений в каком-либо направлении (по ходу или против хода часовой стрелки) порядок букв должен совпадать с порядком букв контура EGF на плане механизма. Соединив точку f с полюсом плана ускорений, получим вектор $\overline{P_a f}$ абсолютного ускорения точки F .

Истинное ускорение точки F будет равно: $a_F = (P_a f)\mu_a$.

Угловые ускорения поводков 4, 5 и 6 определяются согласно методике, изложенной выше. Для определения углового ускорения базисного звена 7 запишем формулу:

$$\varepsilon_7 = \frac{a_{EG}^\tau}{l_{EG}} = \frac{(n_5 e)\mu_a}{l_{EG}}.$$

Построение плана ускорений показано на рис. 24.

2. Автоматизированный расчет рычажного механизма

Решение задач кинематического анализа связано с большим объемом трудоемких операций (чреватых появлением случайных ошибок). Поэтому освоение принципов автоматизированного расчета является одной из важнейших задач подготовки современных инженерных кадров.

В учебном процессе преподавания дисциплины «Техническая механика» на кафедре ТМО используется в том числе программный продукт «Mech» (разработчик Pimm Laboratory), предназначенный для изучения плоских рычажных механизмов II-го класса, широко применяемых в современном технологическом оборудовании.

Рассмотрим пример кинематического анализа плоского рычажного механизма (рис. 25) с помощью программы «Mech».

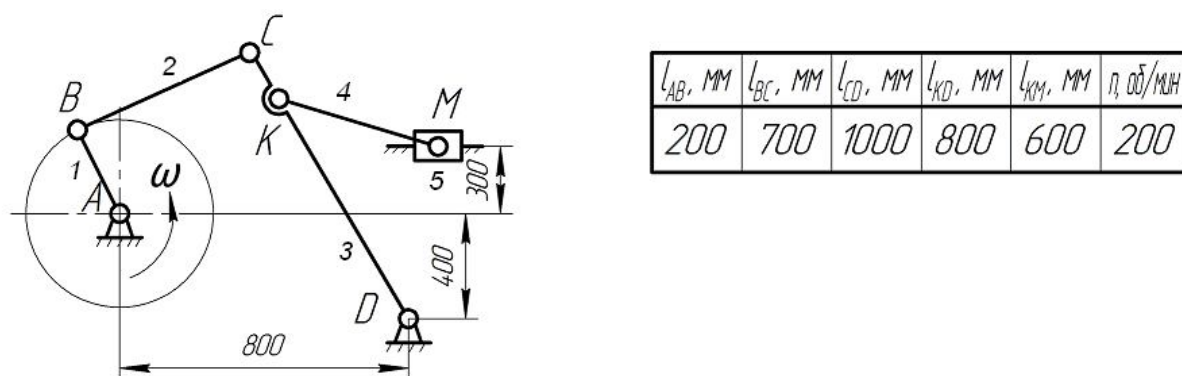


Рис. 25

Проведя структурный анализ, получим формулу строения механизма: $I(0,1) \rightarrow II(2,3) \rightarrow II(4,5)$. Отсюда видно, что рассматриваемый механизм составлен из механизма I-го класса, входное звено которого выполнено в виде кривошипа, и последовательно присоединенных к нему двух групп Ассура II-го класса, первая из которых содержит три вращательные кинематические пары, а вторая – две вращательные и одну внешнюю поступательную.

После ознакомления с исходными данными задачи и структурой механизма приступаем к реализации расчета на ЭВМ. При запуске указанной программы появляется окно интерфейса (рис. 26), которое содержит меню команд, область дерева построения механизма и область отображения построения.

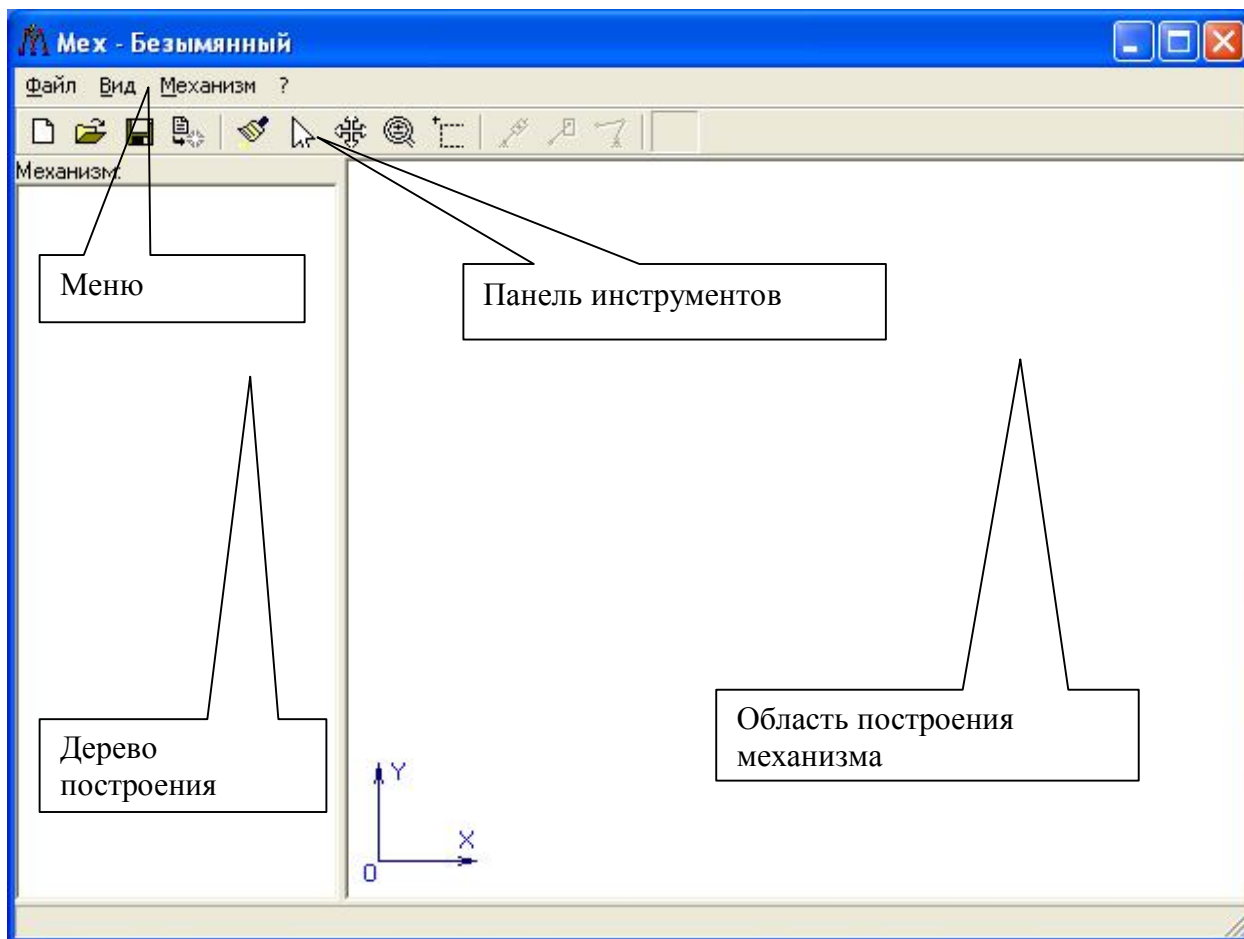


Рис. 26

В соответствии со структурной формулой и принципом образования плоских рычажных механизмов создадим механизм I класса, для этого в меню выберем действие «Механизм\Добавить группу\Кривошип» (рис. 27). В результате появится окно ввода геометрических параметров указанной структурной группы (рис. 28).

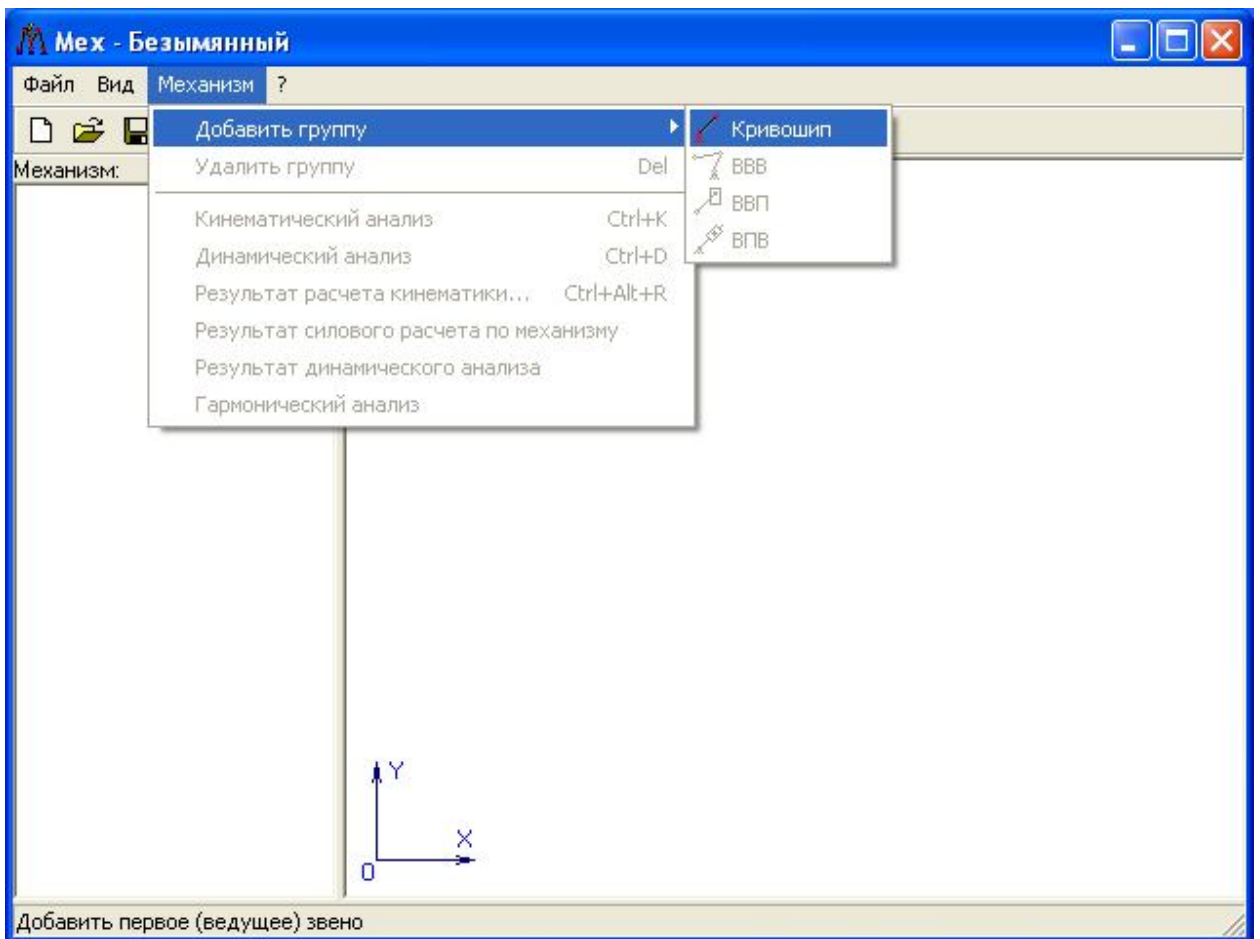


Рис. 27

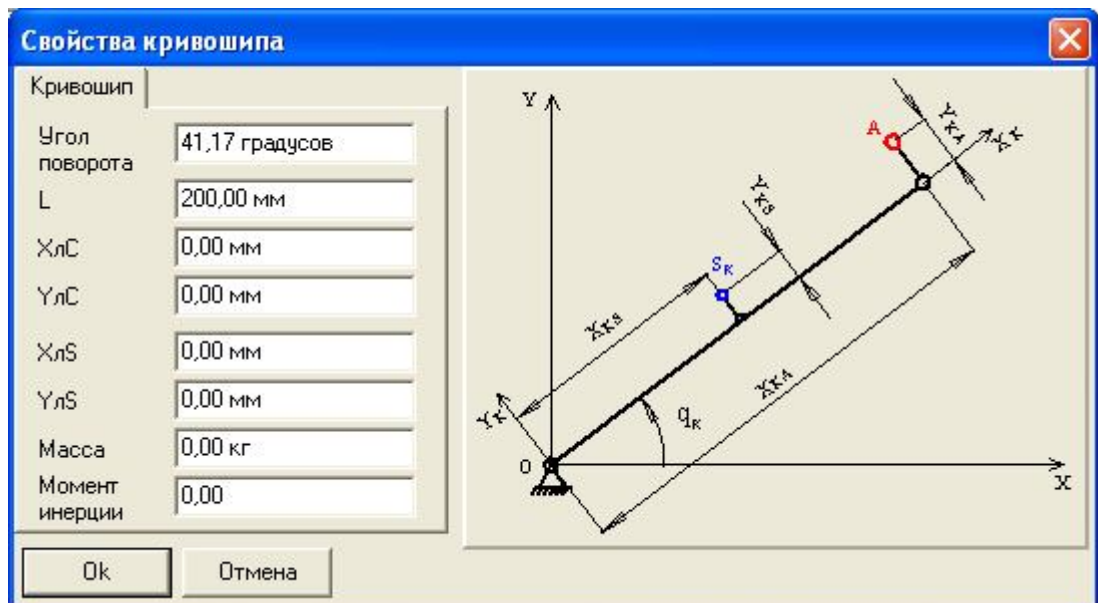


Рис. 28

В имеющихся ячейках зададим размеры в соответствии с исходными данными: L – длина кривошипа; $X_{лС}$, $Y_{лС}$ – координаты промежуточной точки (в нашем случае отсутствуют); $X_{лS}$, $Y_{лS}$ – координаты центра масс (необходимы для силового расчета – указывать не будем, так же как массу звена и момент инерции массы). Следует иметь в виду, что в первую ячейку «угол поворота» заносится значение угловой координаты кривошипа в одном из крайних положений механизма. После подтверждения данных при нажатии на кнопку ОК происходит возврат в главное меню (рис. 29), на котором в соответствующих областях изображены структура и вид механизма I-го класса.

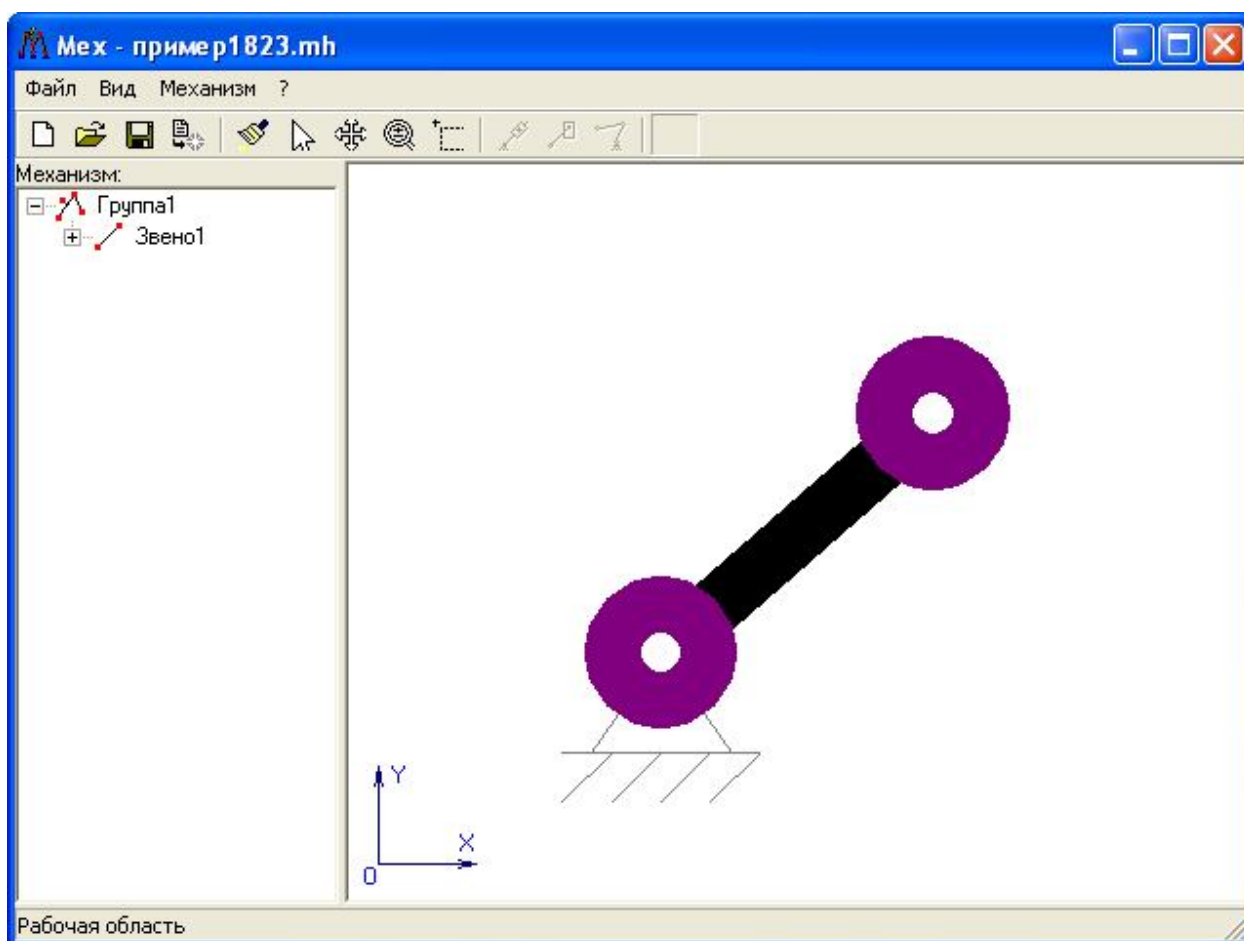


Рис. 29

В соответствии со структурной формулой добавим группу Ассур II класса 1-го вида. Выделим на кривошипе точку присоединения (внешнюю

кинематическую пару) и в меню «Механизм» выберем вкладку «Добавить группу» с обозначением «ВВВ» (рис. 30).

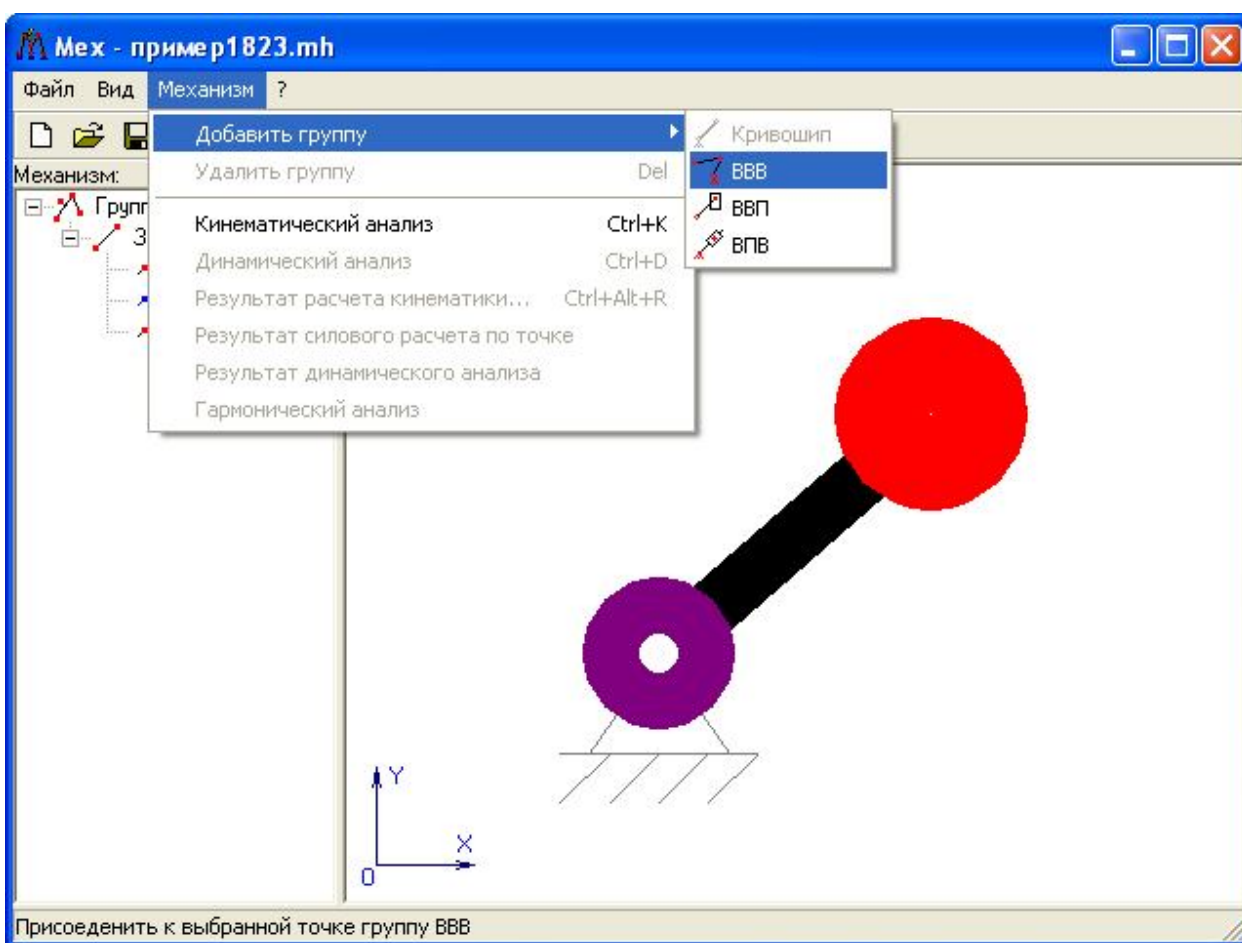


Рис. 30

В результате появится окно параметров группы, разделенных по вкладкам на звено 1 (присоединенное к кривошипу), звено 2 (другое звено группы) и точку О (внешняя кинематическая пара, присоединенная не к кривошипу). В ячейках зададим размеры группы: для звена 1 – рис. 31, для звена 2 – рис. 32, для второй внешней кинематической пары (точка К (рис. 25)) внесем её координаты в абсолютной системе координат – рис. 33 (расшифровка обозначений размеров аналогична обозначениям на рис. 28). В результате выполнения этих действий получим схему механизма, представленную на рис. 34.

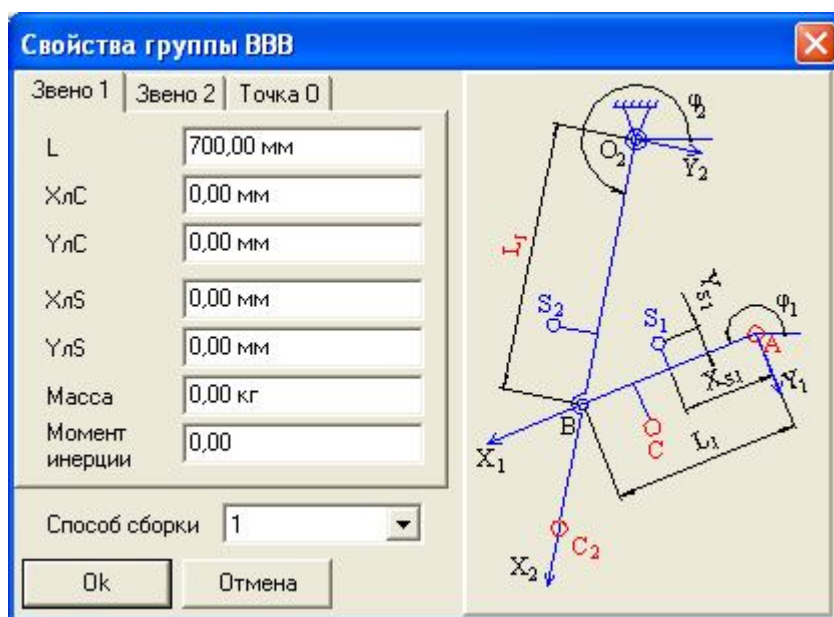


Рис. 31

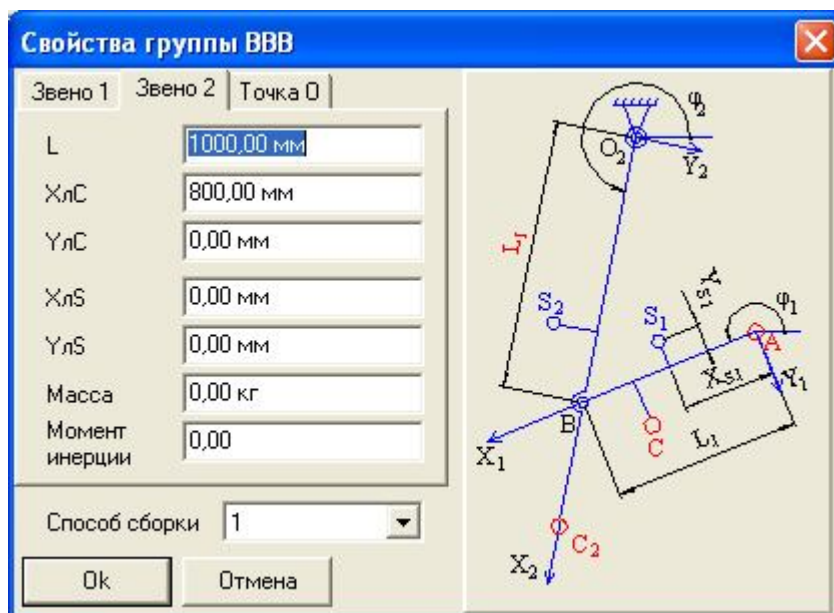


Рис. 32

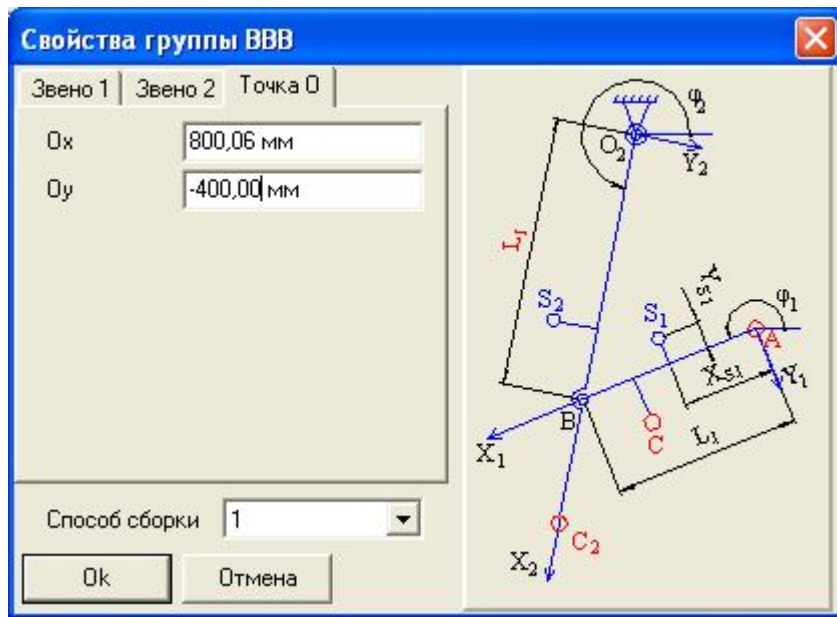


Рис. 33

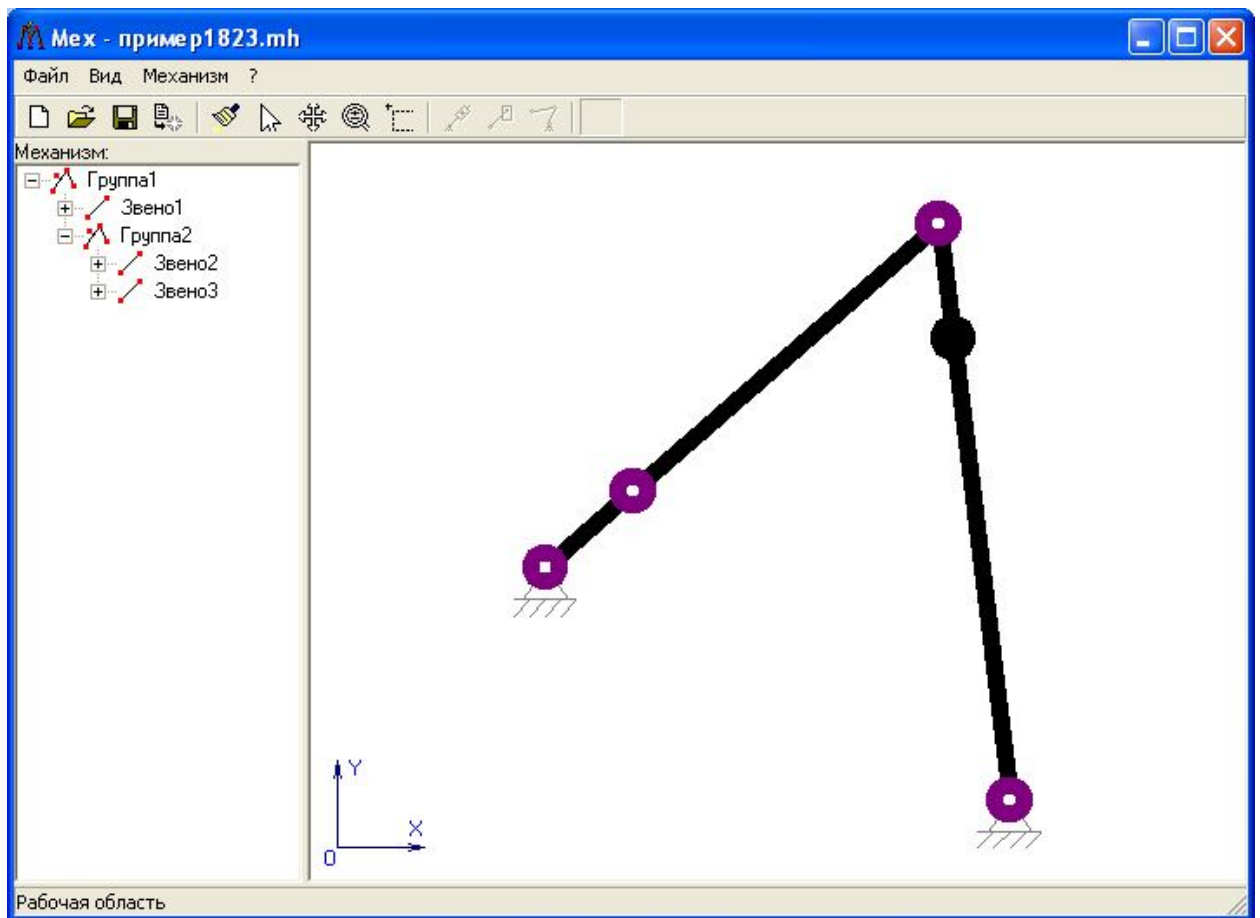


Рис. 34

В соответствии со структурной формулой добавим группу Ассура II класса 2-го вида. Выделим на соответствующем звене точку присоединения этой группы (т.е. первую внешнюю кинематическую пару К) (рис. 35).

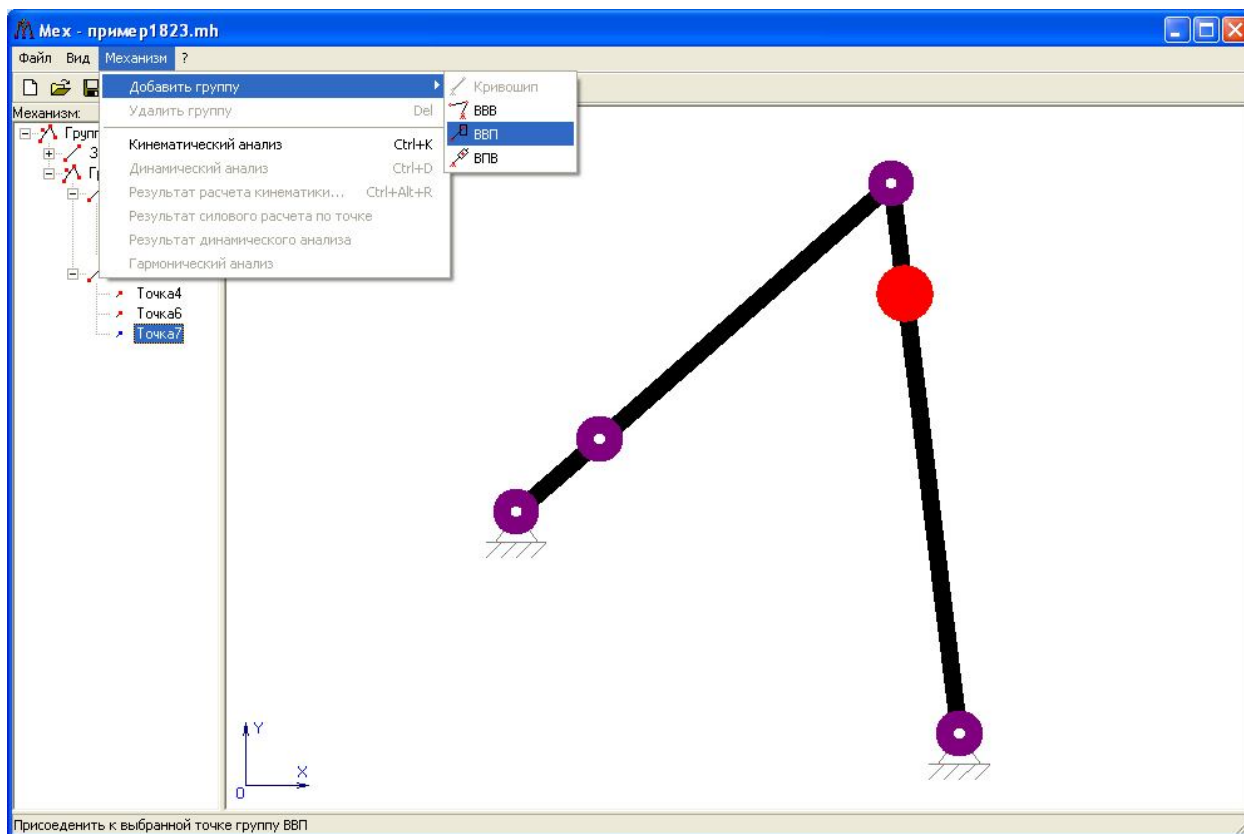


Рис. 35

После этого в меню «Механизм» выбираем «Добавить группу» с обозначением (ВВП). Во всплывающем окне «свойства группы» зададим размеры группы: для звена 1 – рис. 36, для звена 2 – рис. 37; для внешней кинематической пары (направляющая ползуна) – рис. 38, на котором F_x и F_y – координаты любой точки направляющей (для нашего случая возьмем точку пересечения направляющей с осью OY), а ячейка «угол направляющей» - это угол, образованный направляющей с осью OX . В результате получим полностью законченную схему механизма (рис. 39).

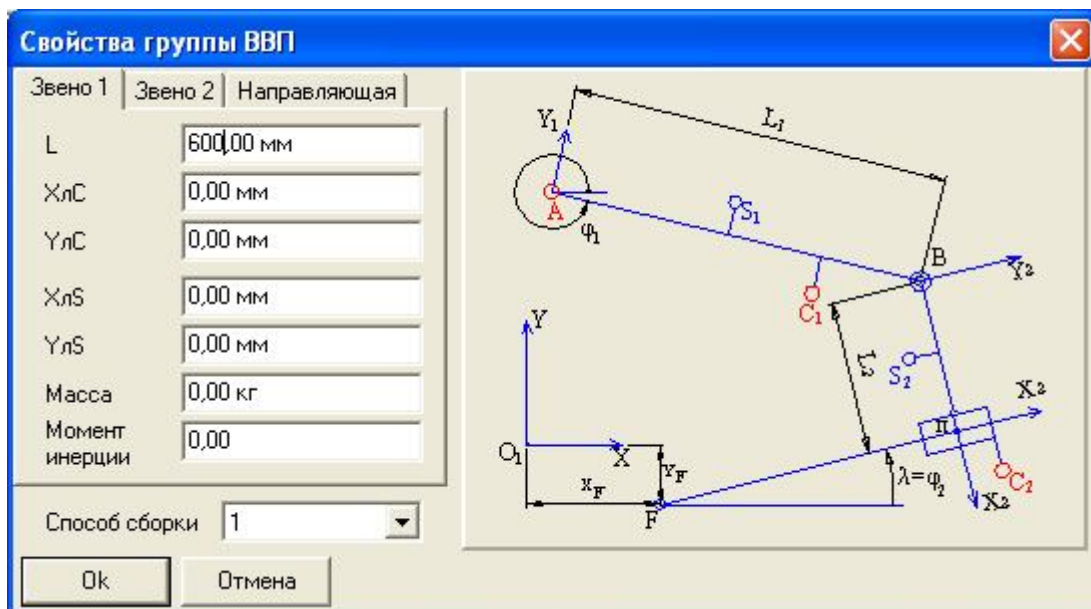


Рис. 36

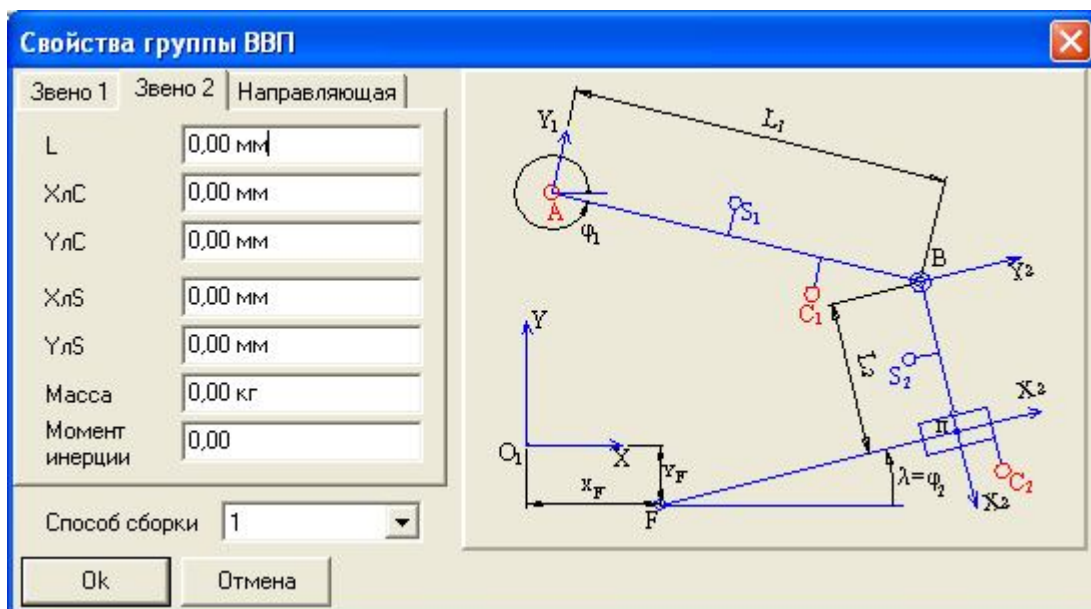


Рис. 37

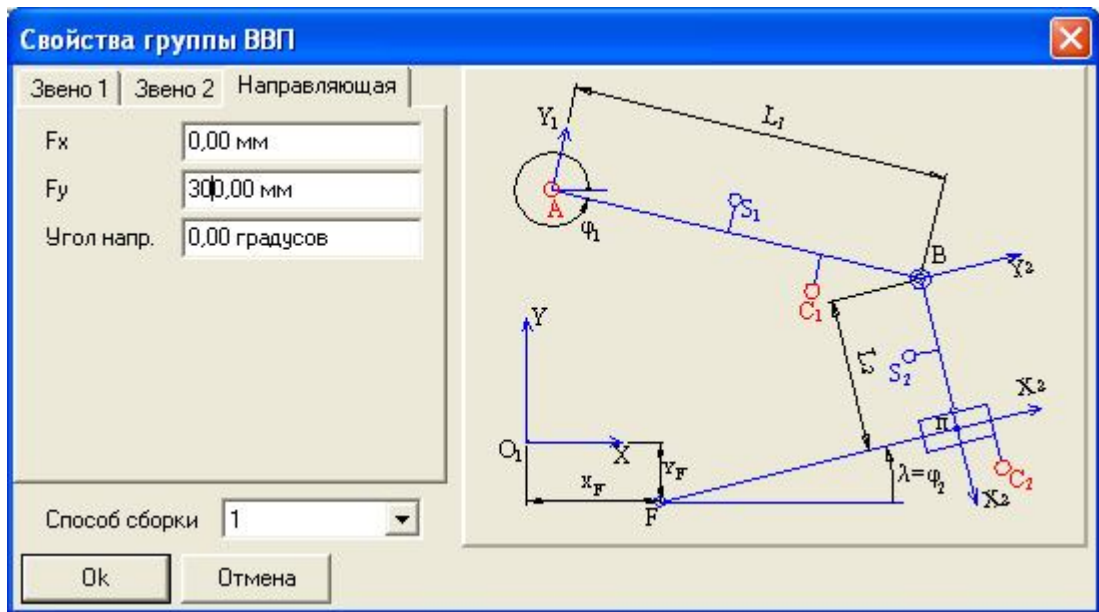


Рис. 38

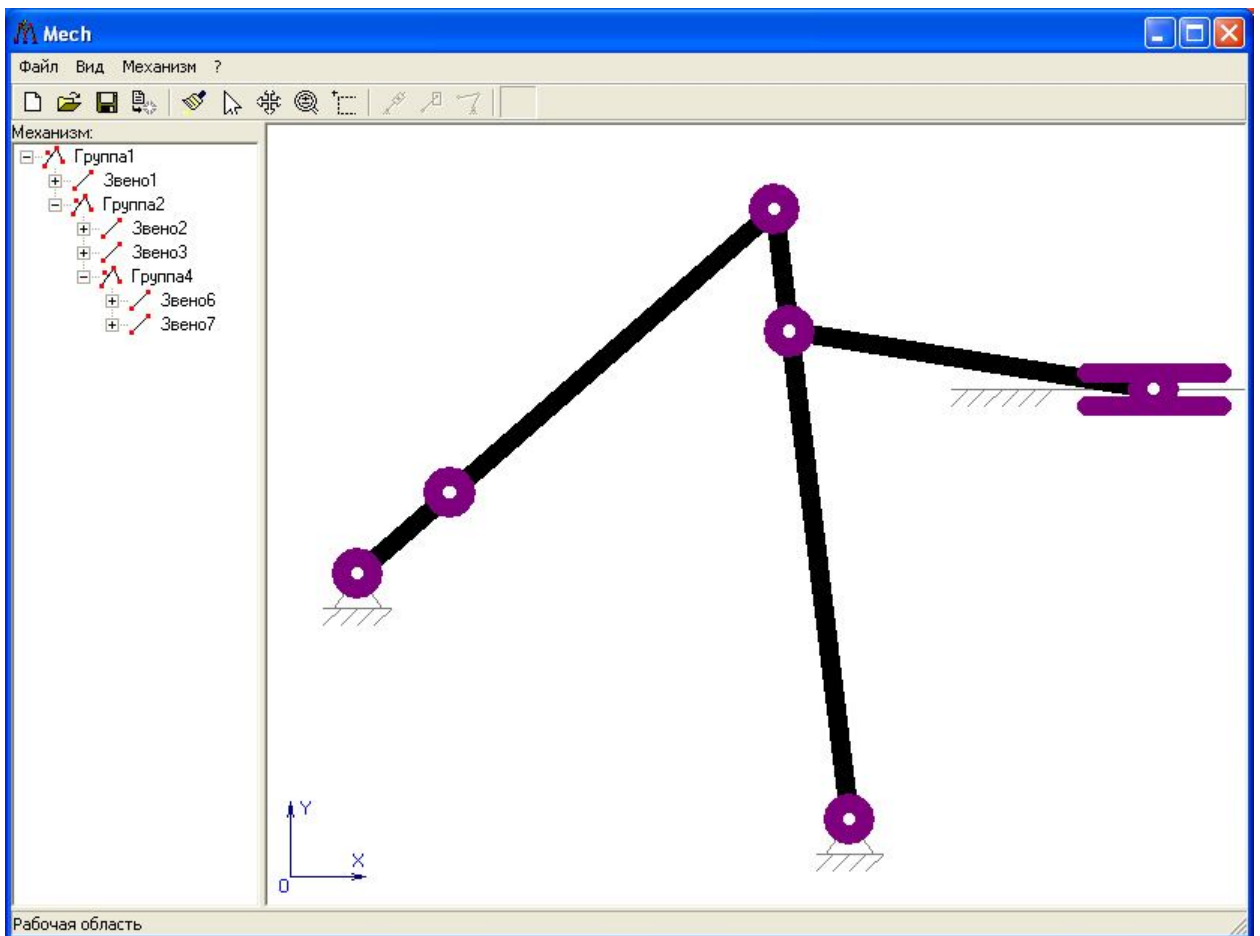


Рис. 39

Для кинематического расчета необходимо выполнить следующую последовательность действий: Механизм/Кинематический анализ (рис. 40). Для проведения расчета необходимо указать закон движения входного звена (кривошипа) – угловую скорость вращения, задаваемую в рад/с, и шаг расчета, который задается с помощью параметра – «число расчетных точек».

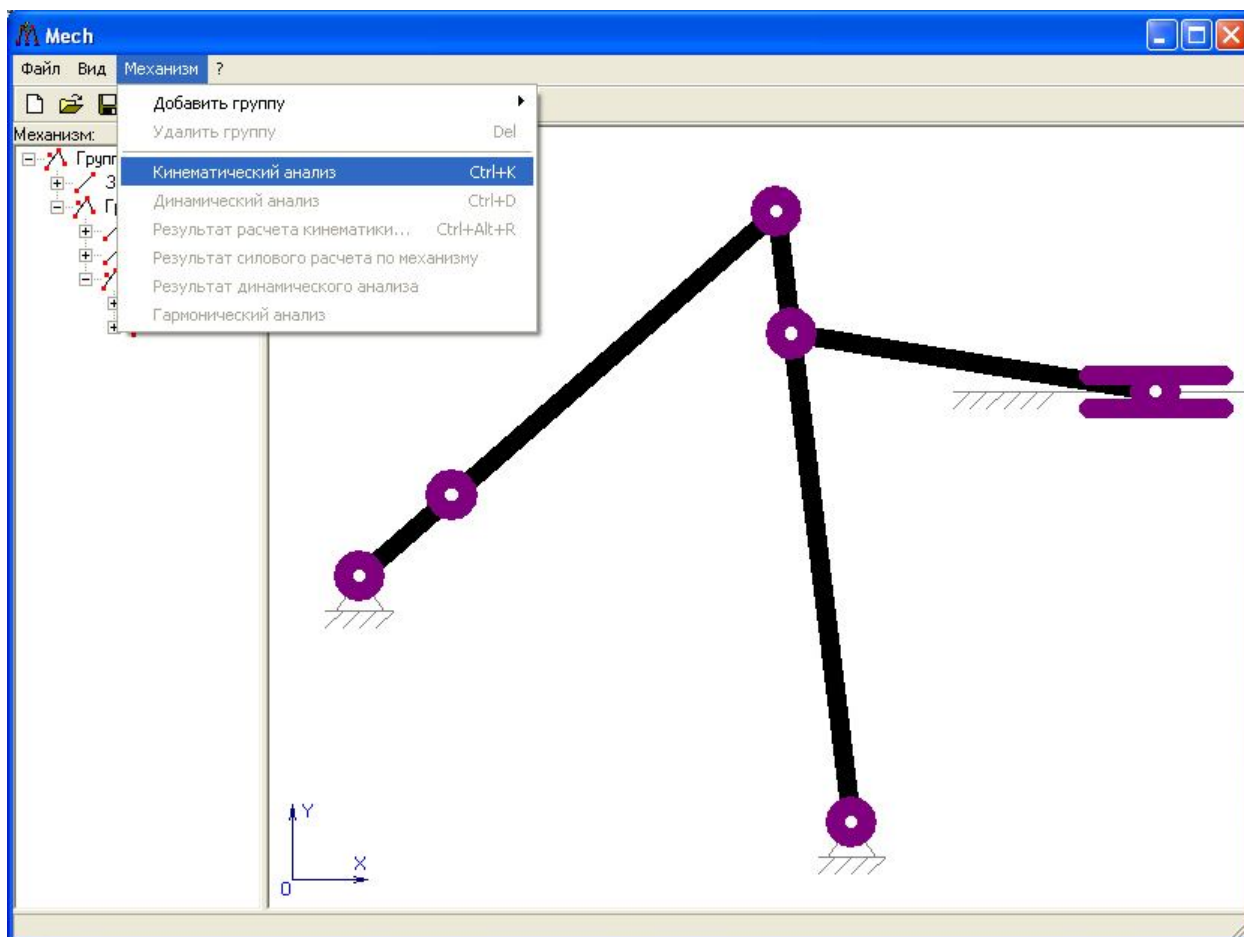


Рис. 40

Ввод этих величин осуществляется в соответствующих полях всплывающего окна (рис. 41), в котором задаем число расчетных точек (ячейка «количество положений») и угловую скорость кривошипа.

Если параметры групп заданы верно (не происходит разрыва кинематических цепей), то будет выполнена анимация движения механизма.

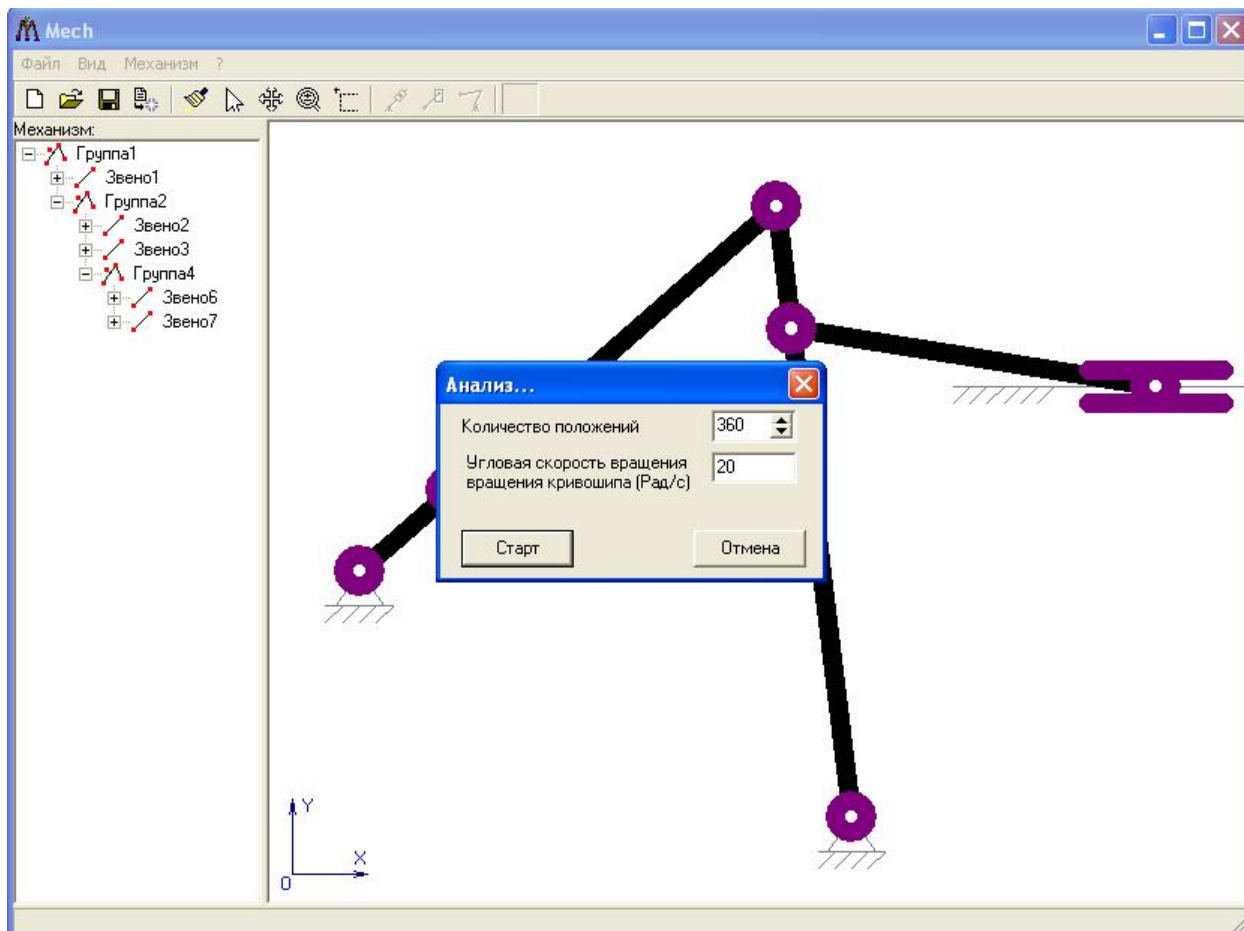


Рис. 41

В программе предусмотрен вывод результатов расчетов – угловых координат, скоростей и ускорений звеньев и линейных координат, скоростей и ускорений точек в виде таблиц и графиков. Для получения результатов производим следующую последовательность действий: в области дерева построения механизма выделим интересующее звено или характерную точку (в нашем случае выбрана точка М – центр ползуна). Затем в меню «Механизм» выбираем пункт «Результат кинематического расчета по точке» (рис. 42).

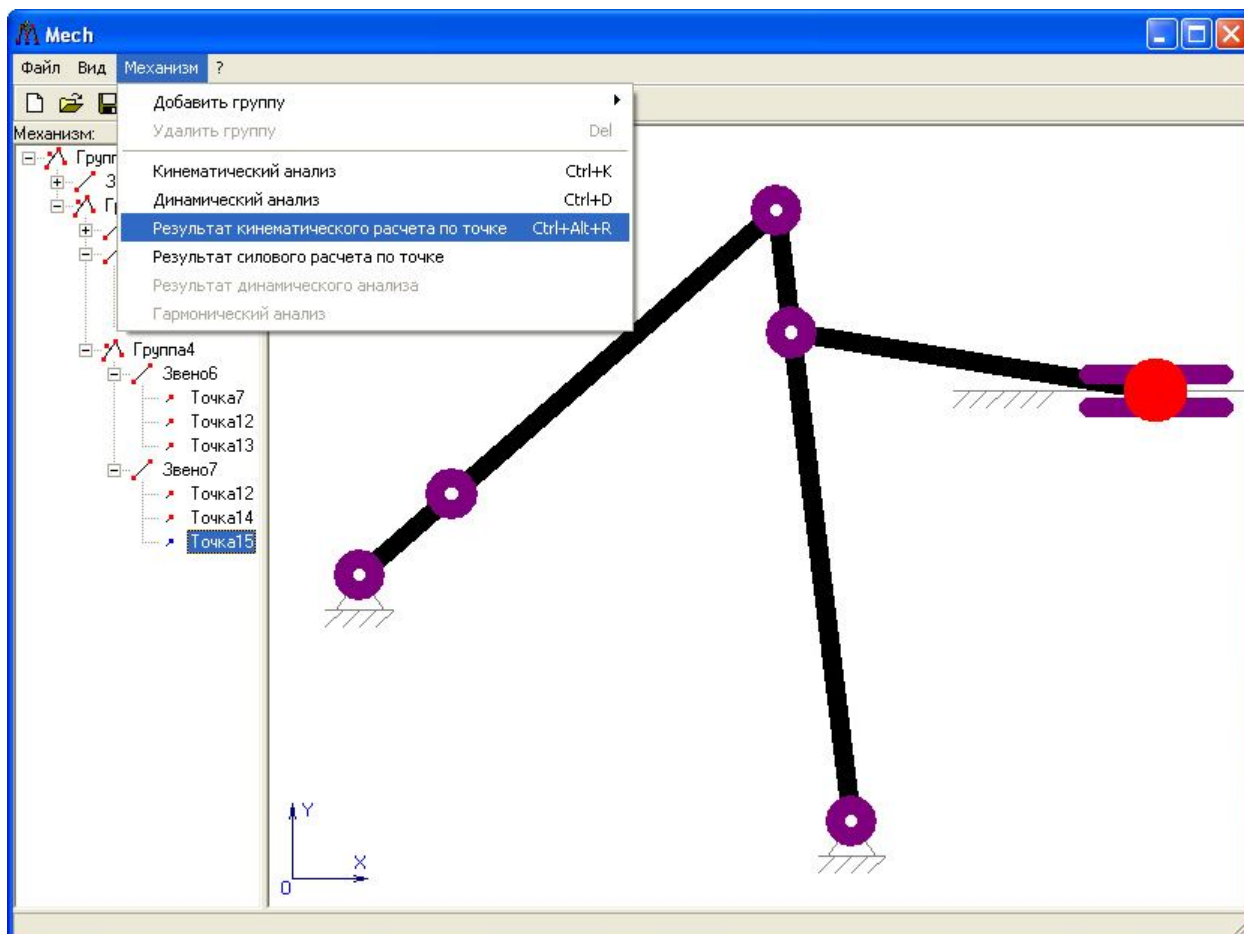


Рис. 42

Появится окно «Данные по точке» (рис. 43). Указывая флажком необходимые параметры, получим по умолчанию соответствующие графики (рис. 43, 44). Перемещая курсор в нужную точку кривой, можно получить числовое значение по оси абсцисс и ординат в поле ниже самого графика. Для получения табличных значений выбираем вкладку «числовой результат» (рис. 45). В этом окне в соответствующих столбцах представлены зависимости координат указанной точки, проекции ее линейных скорости и ускорения на оси координат в функции обобщенной координаты (угол поворота входного звена). На этом кинематический анализ механизма завершен.

Для изменения параметров группы готового механизма необходимо в дереве построений выделить соответствующую группу и нажать правую кнопку, в результате чего появится окно «Свойства группы» (рис. 46), в котором происходит редактирование ее геометрических параметров.

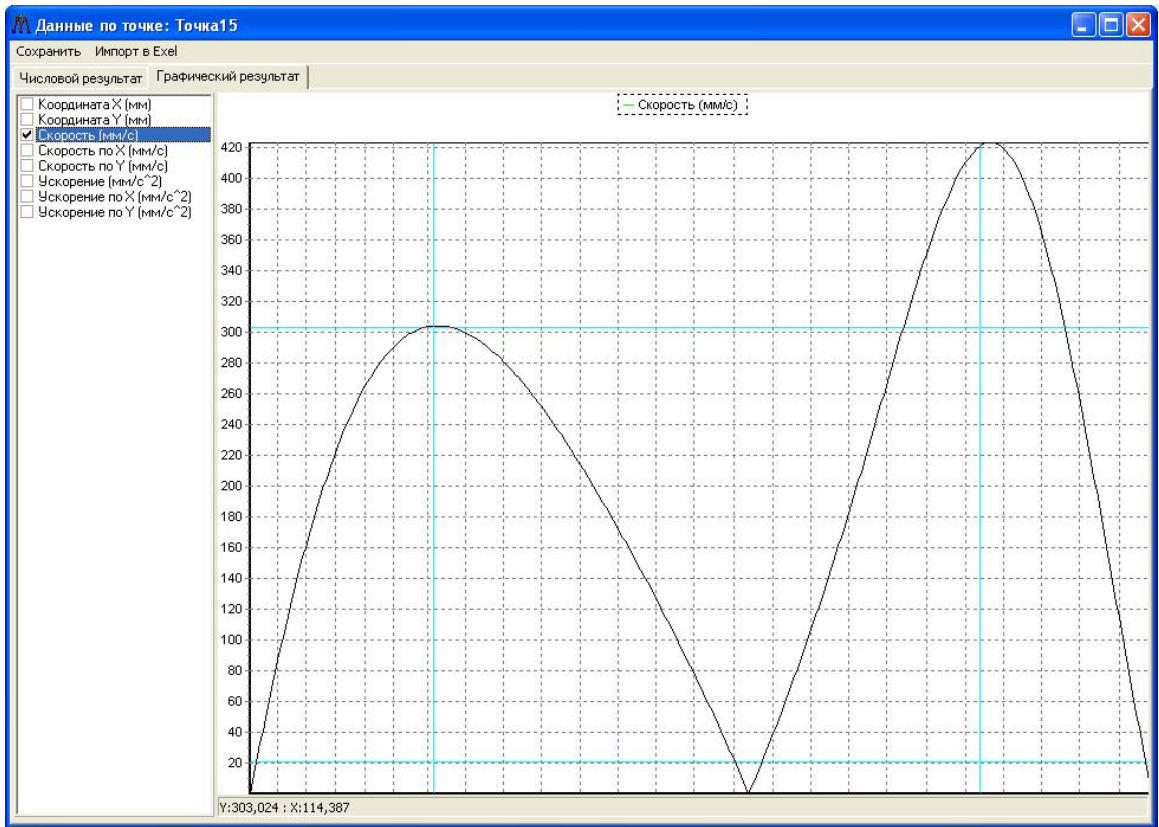


Рис. 43

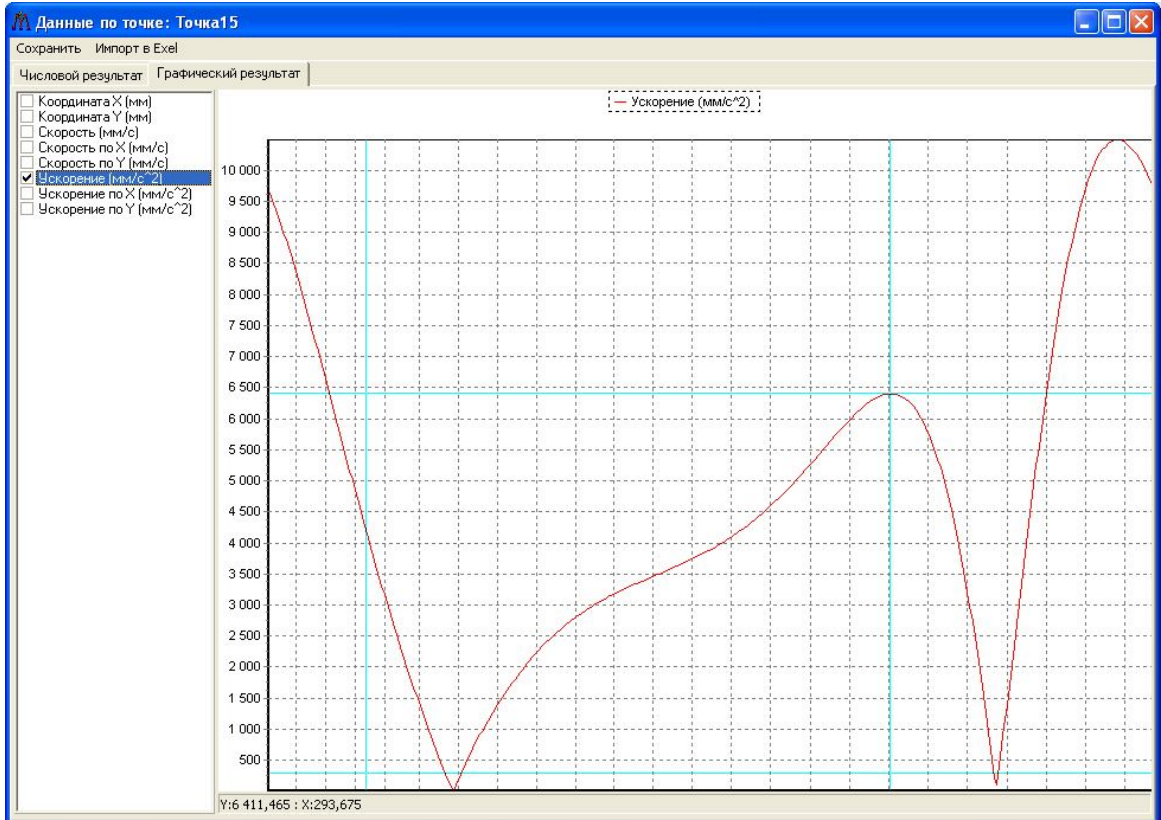


Рис. 44

Механика

Данные по точке: Точка15

Сохранить Импорт в Excel

Числовой результат | Графический результат

№	Угол поворота кривошипа (град)	Координата X (мм)	Координата Y (мм)	Скорость по X (мм/с)	Скорость по Y (мм/с)	Ускор. по X (мм/с ²)	Ускор. по Y (мм/с ²)
1	41,17	129,45818	30,00000	0,00041	0,00000	9672,97785	0,00000
2	42,17	129,45451	30,00000	-8,39740	0,00000	9572,66164	0,00000
3	43,17	129,44355	30,00000	-16,70579	0,00000	9468,06271	0,00000
4	44,17	129,42538	30,00000	-24,92111	0,00000	9359,41847	0,00000
5	45,17	129,40008	30,00000	-33,03995	0,00000	9246,96101	0,00000
6	46,17	129,36774	30,00000	-41,05906	0,00000	9130,91683	0,00000
7	47,17	129,32845	30,00000	-48,97542	0,00000	9011,50670	0,00000
8	48,17	129,28229	30,00000	-56,78619	0,00000	8888,94551	0,00000
9	49,17	129,22937	30,00000	-64,48870	0,00000	8763,44216	0,00000
10	50,17	129,16977	30,00000	-72,08049	0,00000	8635,19951	0,00000
11	51,17	129,10360	30,00000	-79,55923	0,00000	8504,41435	0,00000
12	52,17	129,03095	30,00000	-86,92281	0,00000	8371,27735	0,00000
13	53,17	128,95192	30,00000	-94,16924	0,00000	8235,97309	0,00000
14	54,17	128,86662	30,00000	-101,29671	0,00000	8098,68010	0,00000
15	55,17	128,77516	30,00000	-108,30357	0,00000	7959,57087	0,00000
16	56,17	128,67763	30,00000	-115,18830	0,00000	7818,81199	0,00000
17	57,17	128,57415	30,00000	-121,94954	0,00000	7676,56416	0,00000
18	58,17	128,46483	30,00000	-128,58605	0,00000	7532,98231	0,00000
19	59,17	128,34977	30,00000	-135,09673	0,00000	7388,21570	0,00000
20	60,17	128,22908	30,00000	-141,48061	0,00000	7242,40804	0,00000
21	61,17	128,10287	30,00000	-147,73685	0,00000	7095,69761	0,00000
22	62,17	127,97126	30,00000	-153,86472	0,00000	6948,21737	0,00000
23	63,17	127,83437	30,00000	-159,86359	0,00000	6800,09510	0,00000
24	64,17	127,69229	30,00000	-165,73297	0,00000	6651,45353	0,00000
25	65,17	127,54514	30,00000	-171,47245	0,00000	6502,41049	0,00000
26	66,17	127,39305	30,00000	-177,08174	0,00000	6353,07903	0,00000
27	67,17	127,23612	30,00000	-182,56062	0,00000	6203,56756	0,00000
28	68,17	127,07446	30,00000	-187,90898	0,00000	6053,97998	0,00000
29	69,17	126,90819	30,00000	-193,12681	0,00000	5904,41585	0,00000

Рис. 45

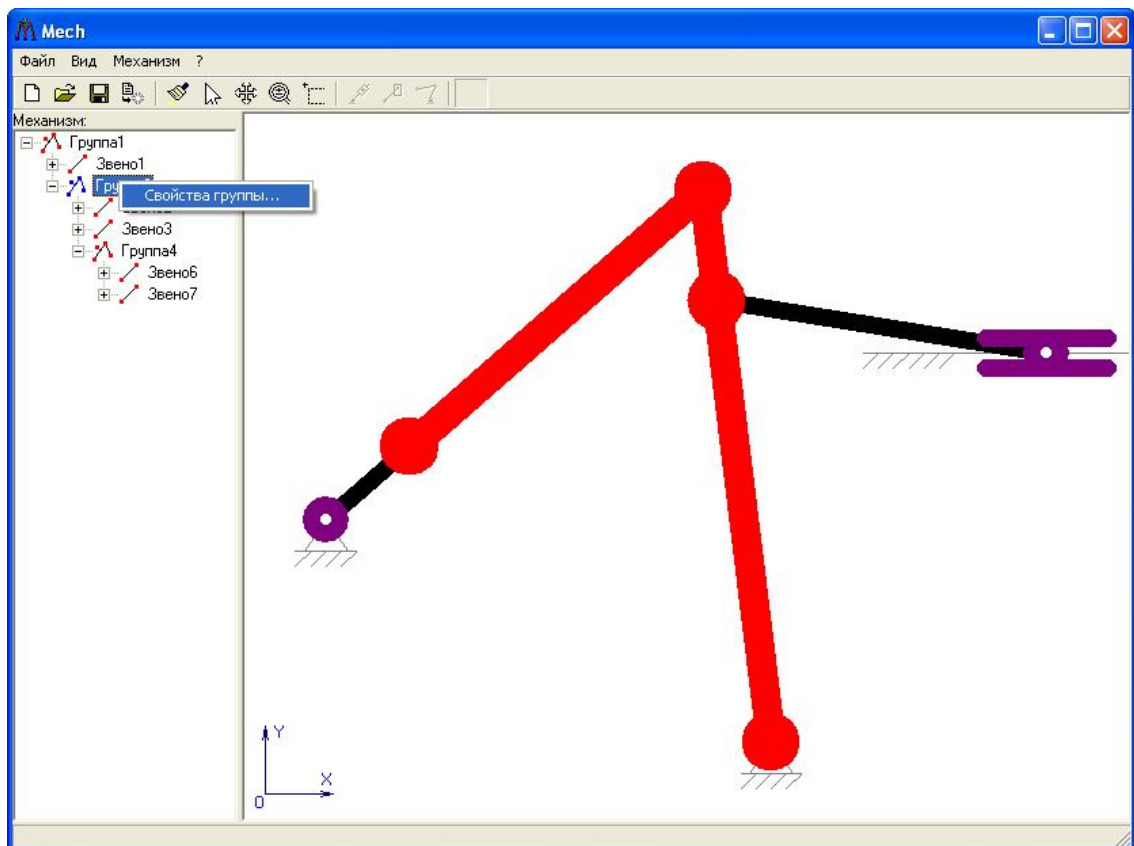
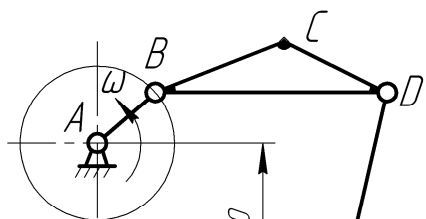


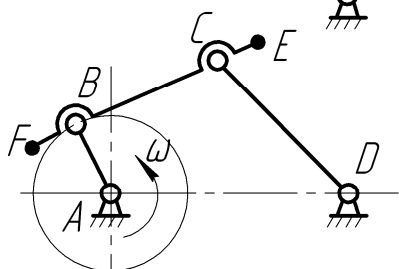
Рис. 46

3. Варианты заданий

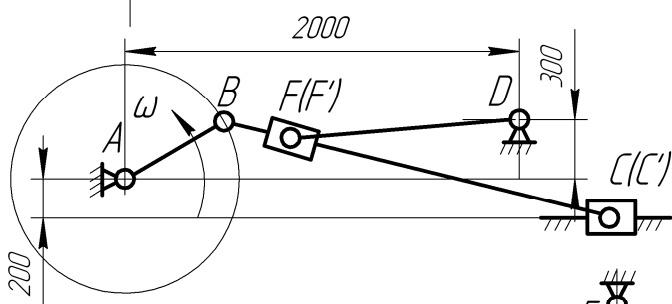
Вариант № 1



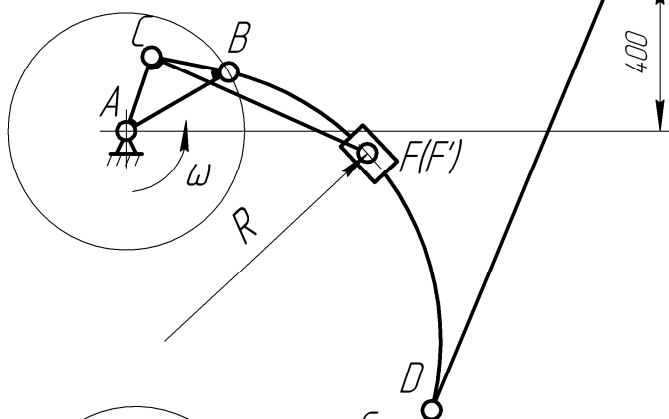
l_{AB}, MM	l_{BD}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{DE}, MM	l_{AE}, MM	$n, \text{об/мин}$
800	1200	700	700	1200	1400	210



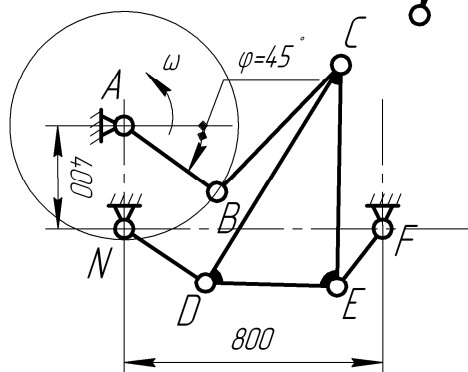
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{AD}, MM	l_{BF}, MM	l_{CE}, MM	$n, \text{об/мин}$
400	1000	1000	800	400	400	180



l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{DF}, MM	$n, \text{об/мин}$
600	2000	1400	150

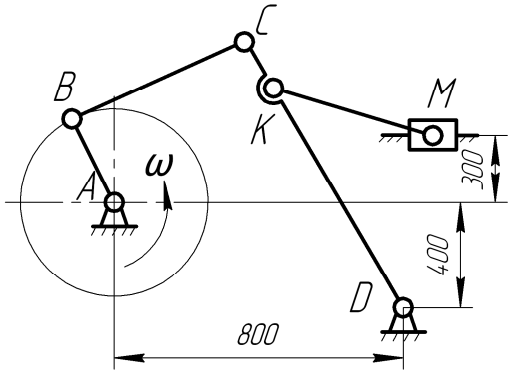


l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{AC}, MM	l_{BD}, MM	$n, \text{об/мин}$
300	200	200	1000	120
l_{CF}, MM	l_{DE}, MM	l_{AE}, MM	R, MM	
600	1200	1300	700	

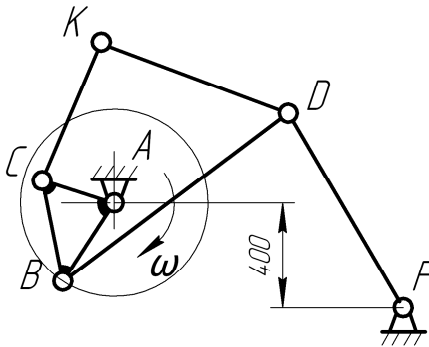


l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{DC}, MM	l_{CE}, MM
200	400	800	600
l_{DE}, MM	l_{DN}, MM	l_{FE}, MM	$n, \text{об/мин}$
400	600	600	240

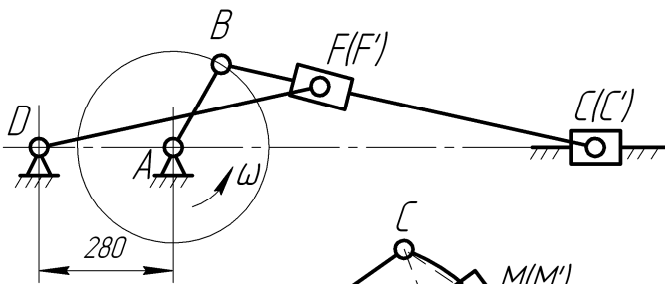
Вариант № 2



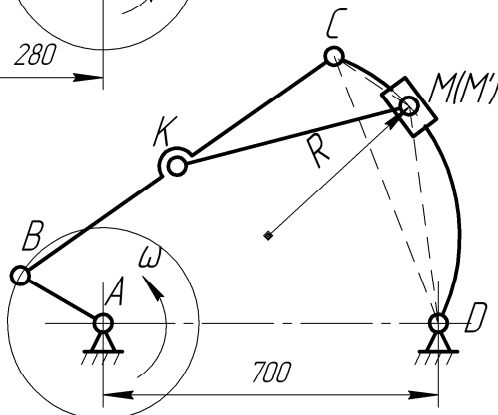
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{KD}, MM	l_{KM}, MM	$n, \text{об/мин}$
200	700	1000	800	600	200



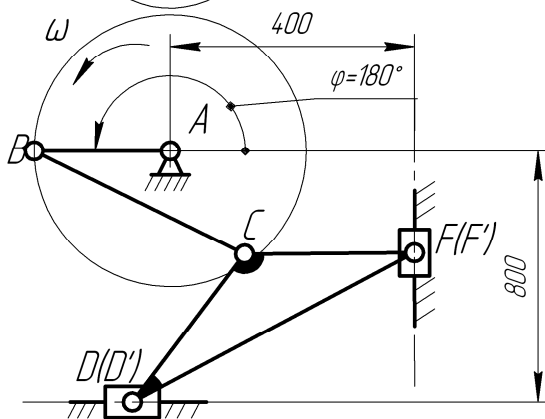
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{AC}, MM	l_{BD}, MM	$n, \text{об/мин}$
300	200	200	900	150
l_{CK}, MM	l_{KD}, MM	l_{DF}, MM	l_{AF}, MM	
600	600	900	800	



l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{DF}, MM	$n, \text{об/мин}$
200	800	600	120

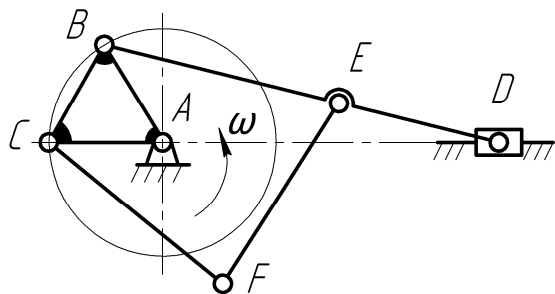


R	l_{AB}	l_{BC}	l_{CD}	l_{BK}	l_{KM}	n
400	200	800	600	400	500	120

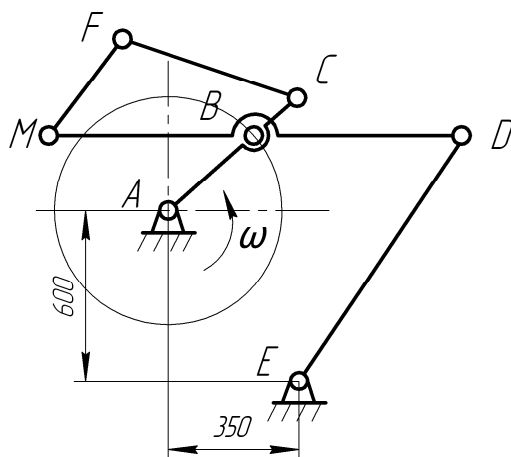


l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{DC}, MM	l_{CF}, MM	l_{DF}, MM	$n, \text{об/мин}$
250	400	500	500	700	180

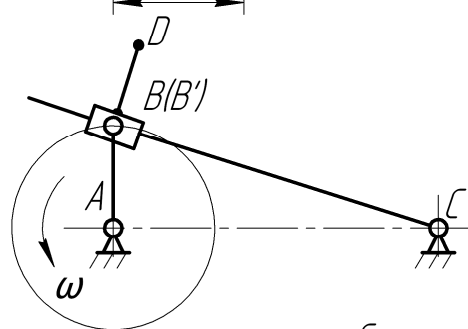
Вариант № 3



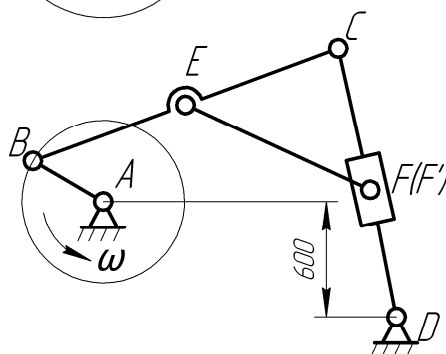
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{AC}, MM	l_{BD}, MM
250	250	250	1000
l_{BE}, MM	l_{EF}, MM	l_{CF}, MM	$n, \text{об/мин}$
500	500	500	210



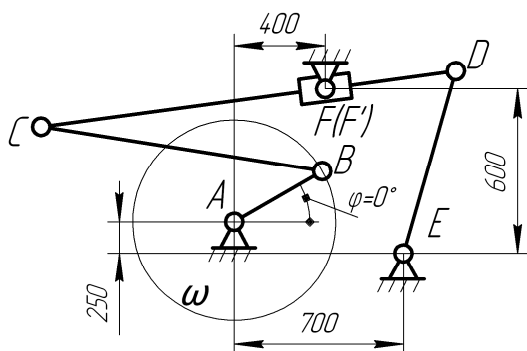
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{BD}, MM	l_{BM}, MM
200	200	500	400
l_{MF}, MM	l_{CF}, MM	l_{DE}, MM	$n, \text{об/мин}$
400	400	800	240



l_{AB}, MM	l_{AC}, MM	l_{BD}, MM	$n, \text{об/мин}$
250	800	200	240

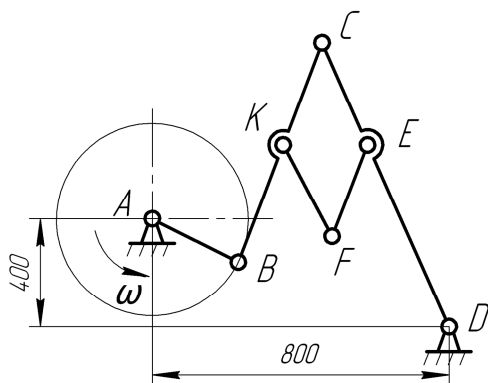


l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{BE}, MM	l_{CD}, MM
200	800	400	1000
l_{AD}, MM	l_{EF}, MM	$n, \text{об/мин}$	
1000	500	180	

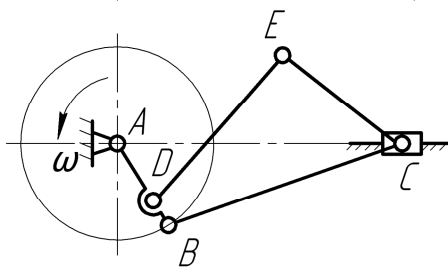


l_{AB}, MM	l_{CD}, MM	l_{DE}, MM	l_{BC}, MM	$n, \text{об/мин}$
250	1400	700	700	180

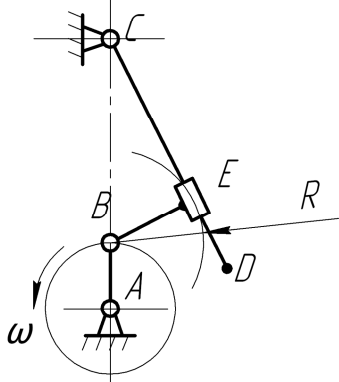
Вариант № 4



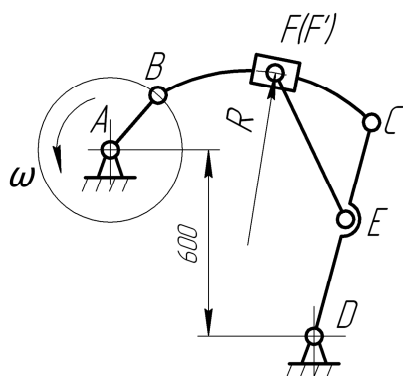
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{BK}, MM	l_{CD}, MM	l_{CE}, MM	$l_{KF}=l_{EF}$	$n, \text{об/мин}$
250	700	350	1000	300	500	240



l_{AB}, MM	l_{AD}, MM	l_{BC}, MM	$l_{DE}=l_{EC}$	$n, \text{об/мин}$
250	150	1000	600	210

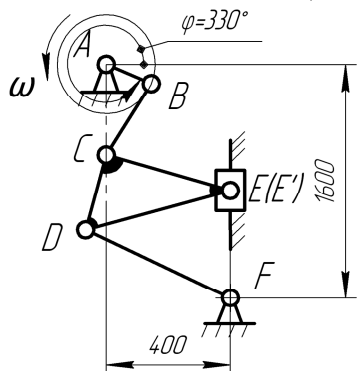


l_{AB}, MM	l_{AC}, MM	R, MM	$n, \text{об/мин}$
150	700	150	300



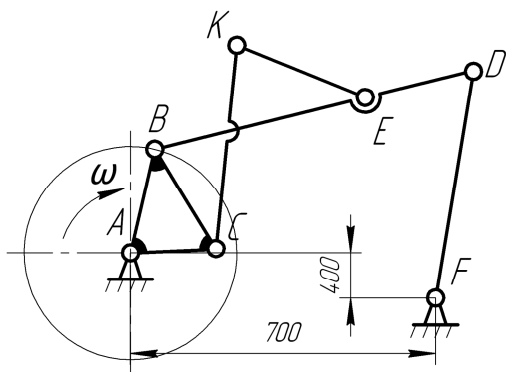
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{DE}, MM	l_{CD}, MM	l_{FE}, MM	R	$n, \text{об/мин}$
200	800	600	1000	500	600	180

$l_{AD}=1000 \text{ MM}$

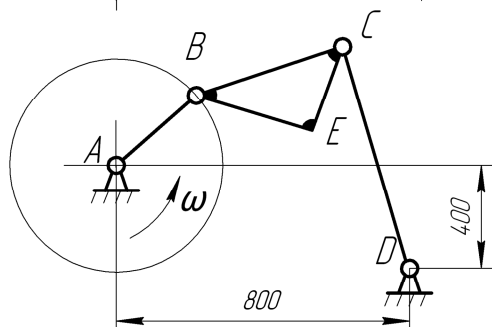


l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{DE}, MM	l_{CE}, MM	l_{DF}, MM	$n, \text{об/мин}$
400	600	420	500	500	700	200

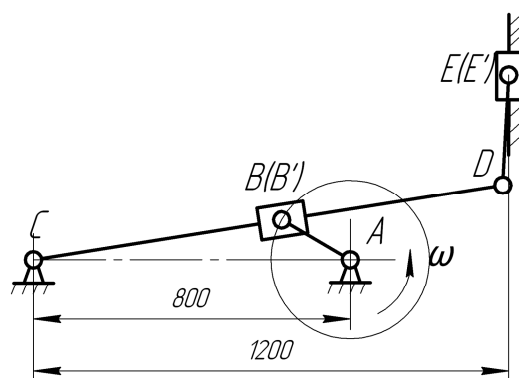
Вариант № 5



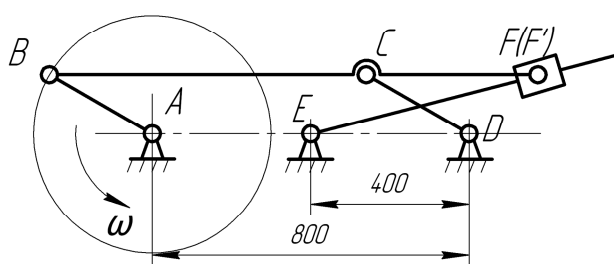
l_{AB}, MM	l_{AC}, MM	l_{BC}, MM	l_{BD}, MM	$n, \text{об/мин}$
300	200	200	900	180
l_{BE}, MM	l_{DF}, MM	l_{CK}, MM	l_{EK}, MM	
450	900	500	500	



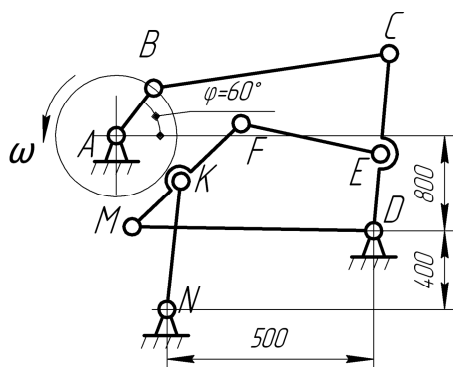
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{BE}, MM	l_{EC}, MM	l_{CD}, MM	$n, \text{об/мин}$
200	600	500	500	800	210



l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{DE}, MM	$n, \text{об/мин}$
200	800	1200	500	300



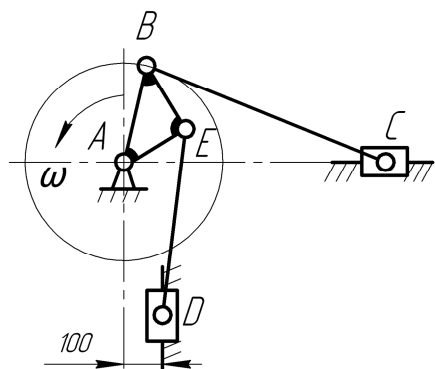
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CF}, MM	l_{CD}, MM	$n, \text{об/мин}$
300	800	600	300	270



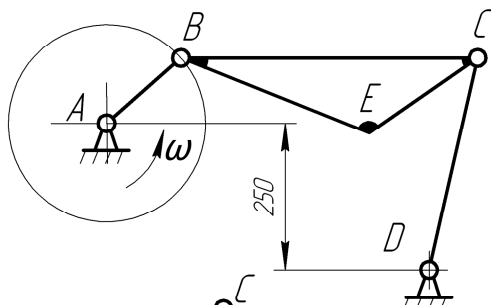
$l_{AD} = 1200 \text{ mm}$

l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{DE}, MM	$n, \text{об/мин}$
200	1000	1000	500	300
l_{EF}, MM	l_{MD}, MM	l_{FM}, MM	l_{FK}, MM	l_{KN}, MM
500	600	500	250	700

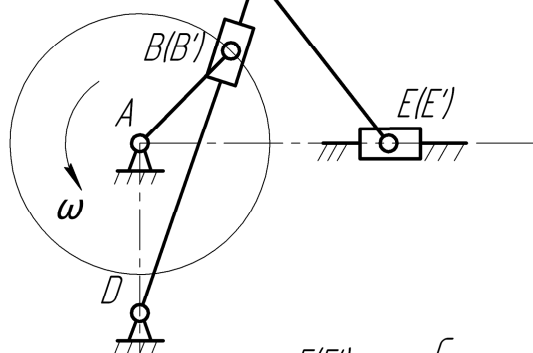
Вариант № 6



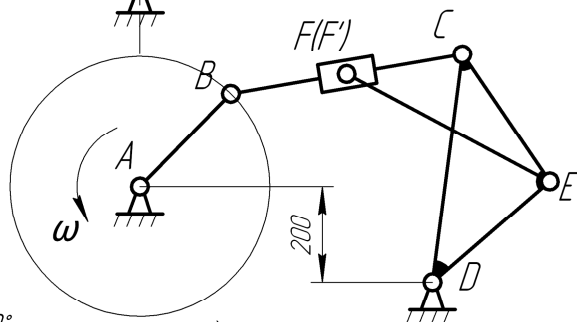
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{AE}, MM	l_{BE}, MM	l_{ED}, MM	$n, \text{об/мин}$
400	800	250	250	600	210



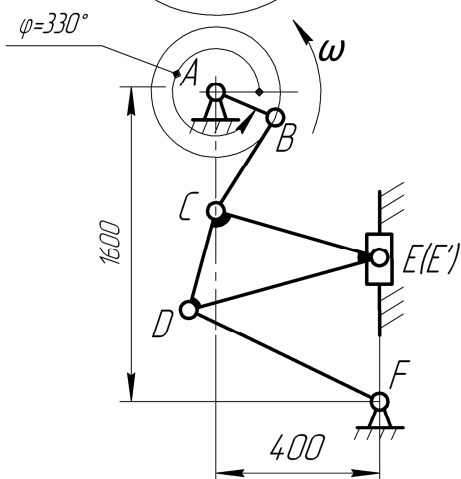
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{AD}, MM	$l_{BE} = l_{CE}, \text{MM}$	$n, \text{об/мин}$
300	700	500	800	400	180



l_{AB}, MM	l_{CD}, MM	l_{AD}, MM	l_{CE}, MM	$n, \text{об/мин}$
200	900	400	800	240

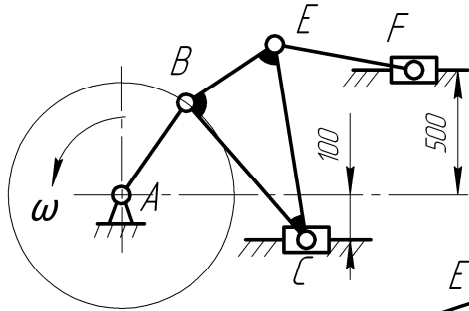


l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{AD}, MM
400	1000	700	900
l_{DE}, MM	l_{CE}, MM	l_{EF}, MM	$n, \text{об/мин}$
500	300	700	270

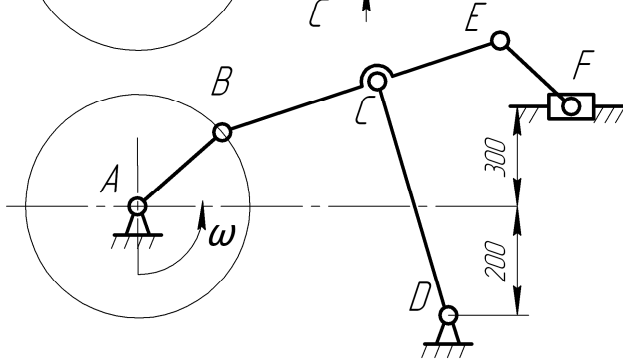


l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{DE}, MM	l_{CE}, MM	l_{DF}, MM	$n, \text{об/мин}$
400	600	420	500	500	700	200

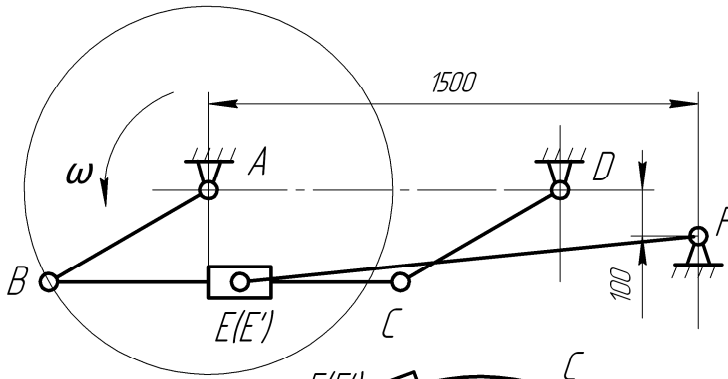
Вариант № 7



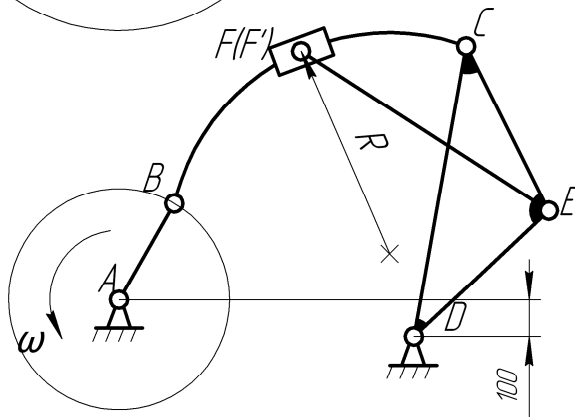
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{BE}, MM	l_{EF}, MM	l_{CE}, MM	$\pi, \text{об/мин}$
300	800	500	500	600	180



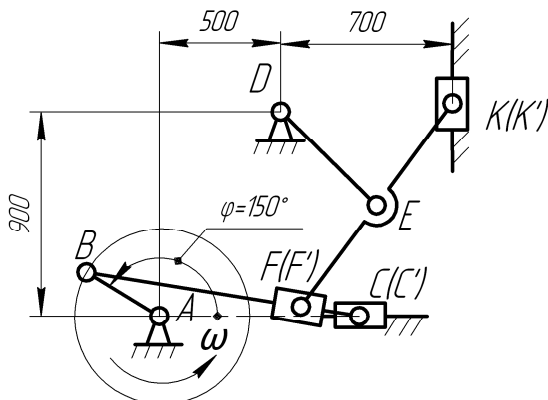
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{CE}, MM
200	800	700	300
l_{EF}, MM	l_{AD}, MM	$\pi, \text{об/мин}$	
800	700	300	



l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{EF}, MM
400	1200	400	1000
l_{AD}, MM	$\pi, \text{об/мин}$		
1200	250		

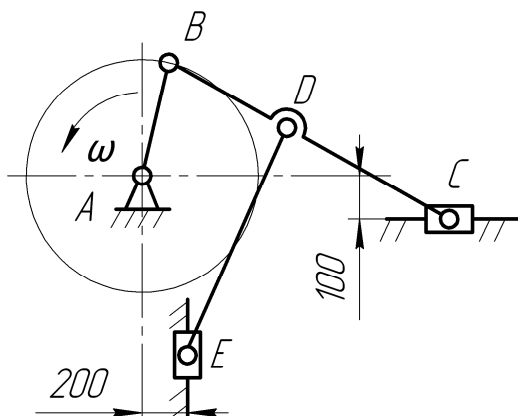


l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{AD}, MM	l_{CE}, MM
300	900	800	800	500
l_{DE}, MM	l_{FE}, MM	R	$\pi, \text{об/мин}$	
500	800	600	300	

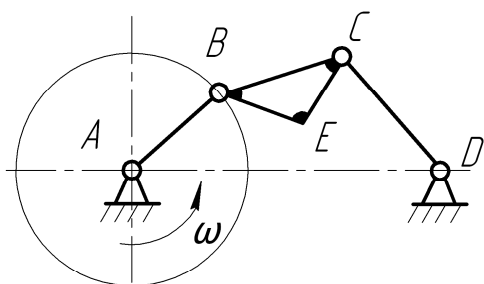


l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{FE}, MM	l_{FK}, MM	l_{DE}, MM	$\pi, \text{об/мин}$
400	1200	550	1100	600	240

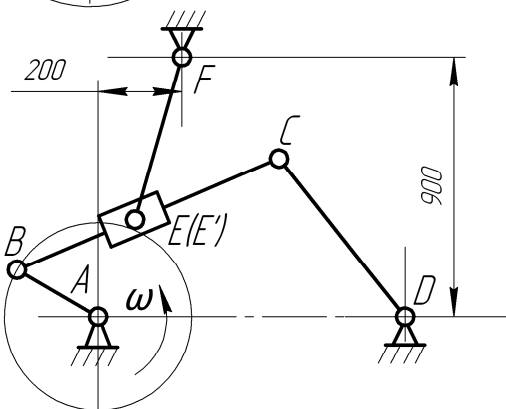
Вариант № 8



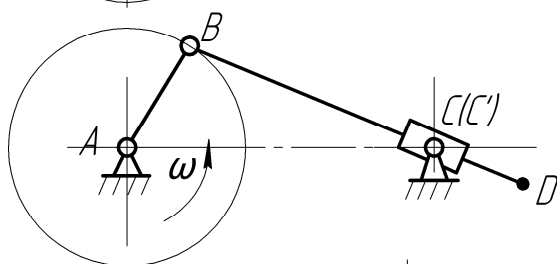
$l_{AB}, \text{ MM}$	$l_{BC}, \text{ MM}$	$l_{BD}, \text{ MM}$	$l_{DE}, \text{ MM}$	$n, \text{ об/мин}$
300	700	200	700	270



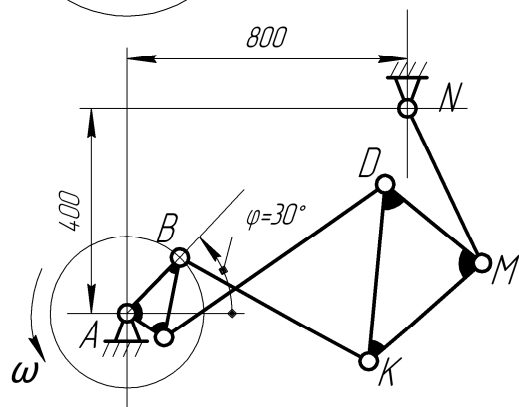
$l_{AB}, \text{ MM}$	$l_{BC}, \text{ MM}$	$l_{CD}, \text{ MM}$	$l_{BE}, \text{ MM}$	$l_{CE}, \text{ MM}$	$l_{AD}, \text{ MM}$	$n, \text{ об/мин}$
300	600	700	400	400	800	240



$l_{AB}, \text{ MM}$	$l_{BC}, \text{ MM}$	$l_{CD}, \text{ MM}$	$l_{AD}, \text{ MM}$	$l_{EF}, \text{ MM}$	$n, \text{ об/мин}$
250	700	800	900	600	240

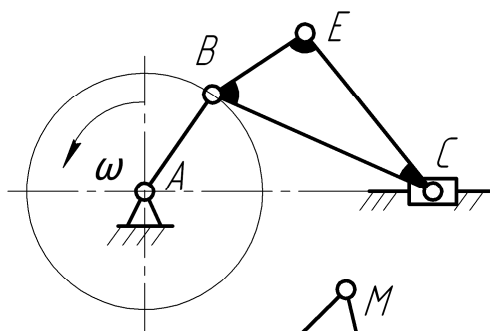


$l_{AB}, \text{ MM}$	$l_{BD}, \text{ MM}$	$l_{AC}, \text{ MM}$	$n, \text{ об/мин}$
300	1100	700	240

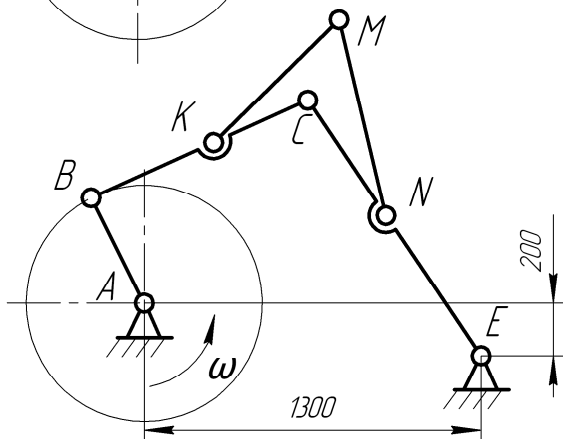


$l_{AB}, \text{ MM}$	$l_{BC}, \text{ MM}$	$l_{CD}, \text{ MM}$	$l_{BK}, \text{ MM}$	$l_{DK}, \text{ MM}$
200	200	650	650	400
$l_{KM}, \text{ MM}$	$l_{MN}, \text{ MM}$	$l_{AC}, \text{ MM}$	$l_{DM}, \text{ MM}$	$n, \text{ об/мин}$
300	500	200	300	180

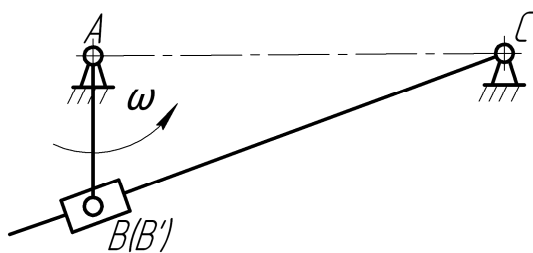
Вариант № 9



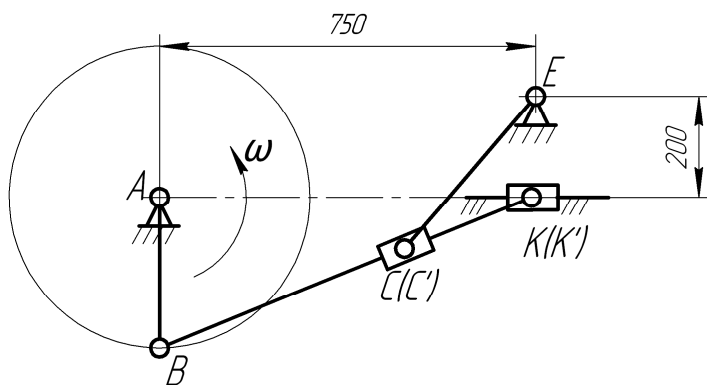
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{BE}, MM	l_{CE}, MM	$n, \text{ОД/МУН}$
250	700	400	400	150



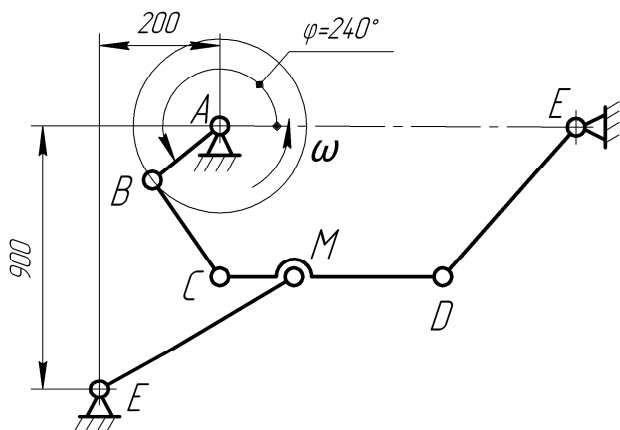
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{BK}, MM	l_{CN}, MM
300	900	450	600
l_{KM}, MM	l_{MN}, MM	l_{CE}, MM	$n, \text{ОД/МУН}$
600	750	1200	140



l_{AB}, MM	l_{AC}, MM	$n, \text{ОД/МУН}$
300	1000	240

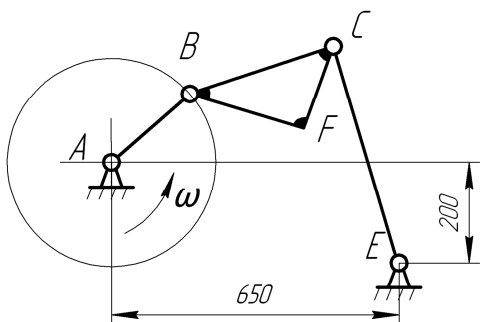


l_{AB}, MM	l_{BK}, MM	l_{CE}, MM	$n, \text{ОД/МУН}$
300	800	400	120

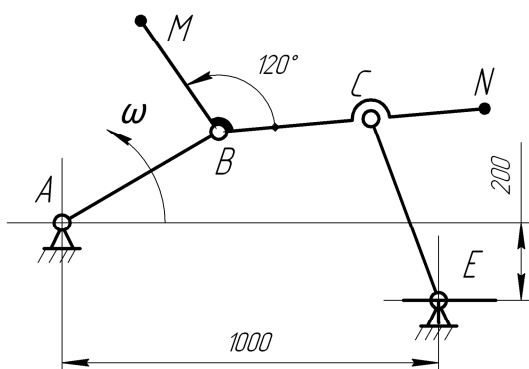


l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{DE}, MM	l_{AE}, MM
300	400	600	700
l_{MN}, MM	l_{CD}, MM	l_{CM}, MM	$n, \text{ОД/МУН}$
500	500	200	180

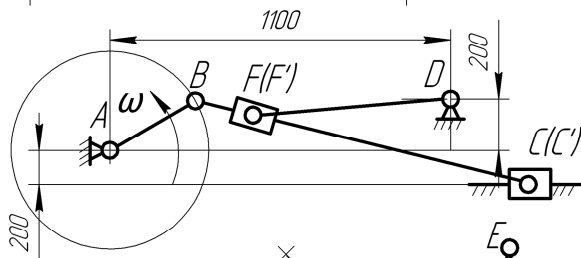
Вариант № 10



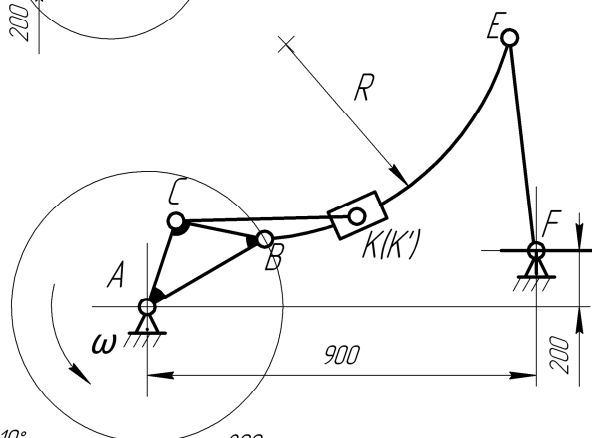
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CE}, MM	l_{BF}, MM	l_{CF}, MM	$n, \text{об/мин}$
250	450	600	300	250	200



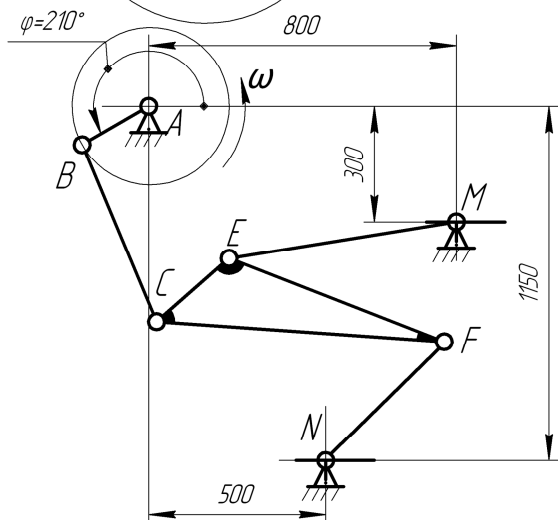
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CN}, MM	l_{EM}, MM	l_{CE}, MM	$n, \text{об/мин}$
400	600	200	300	900	180



l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{FD}, MM	$n, \text{об/мин}$
300	900	750	210

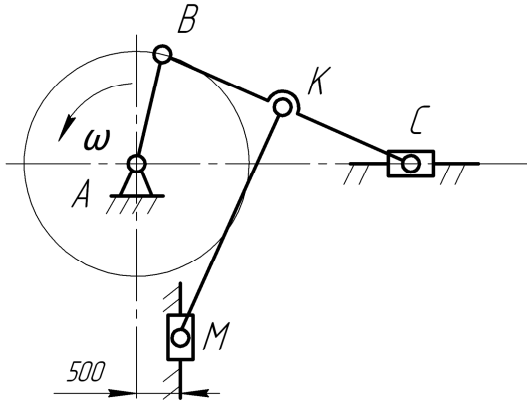


l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{AC}, MM	l_{BE}, MM
300	200	200	700
l_{CK}, MM	l_{EF}, MM	R	$n, \text{об/мин}$
400	800	600	240

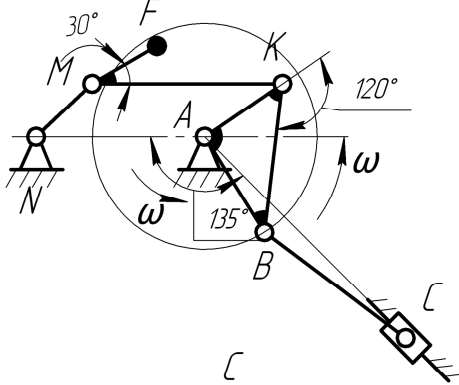


l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{EC}, MM	l_{EF}, MM
200	500	250	600
l_{CF}, MM	l_{EM}, MM	l_{FN}, MM	$n, \text{об/мин}$
750	600	600	240

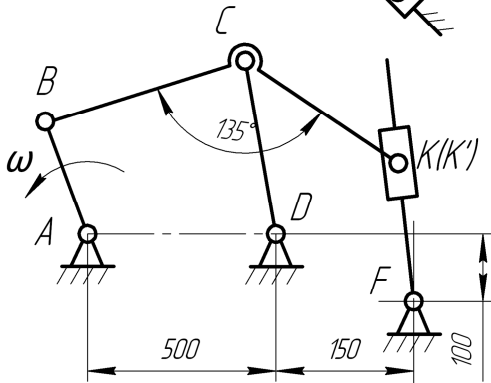
Вариант № 11



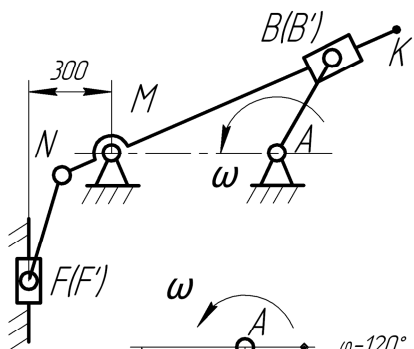
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{BK}, MM	l_{KM}, MM	$n, \text{об/мин}$
400	700	300	700	180



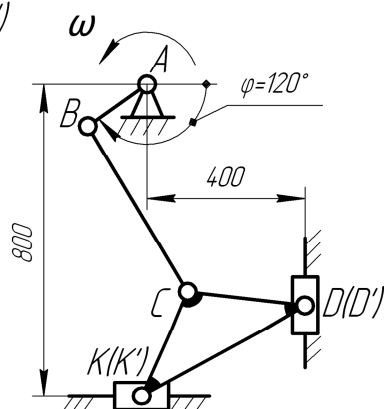
l_{AB}, MM	l_{AK}, MM	l_{BC}, MM	l_{KM}, MM
500	200	800	400
l_{MN}, MM	l_{MF}, MM	$n, \text{об/мин}$	l_{AN}, MM
300	300	120	500



l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{CK}, MM	$n, \text{об/мин}$
250	500	350	350	120

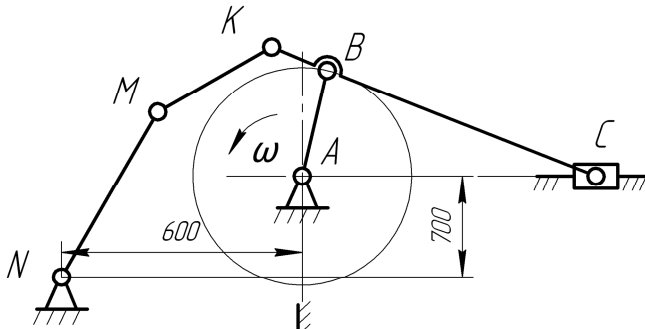


l_{AB}, MM	l_{AM}, MM	l_{MN}, MM	l_{NF}, MM	l_{MK}, MM	$n, \text{об/мин}$
400	600	200	400	1000	120

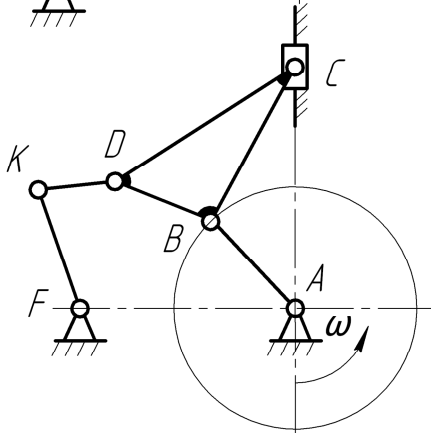


l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{CK}, MM
220	350	300	300
l_{KD}, MM	$n, \text{об/мин}$		
480	200		

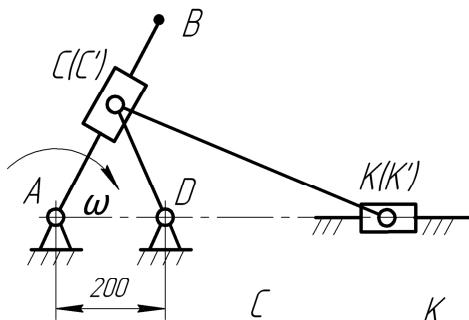
Вариант № 12



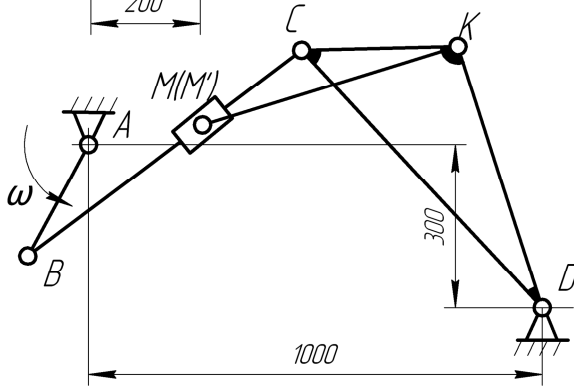
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{BK}, MM	l_{MN}, MM	l_{MK}, MM	$n, \text{об/мин}$
350	700	200	800	400	180



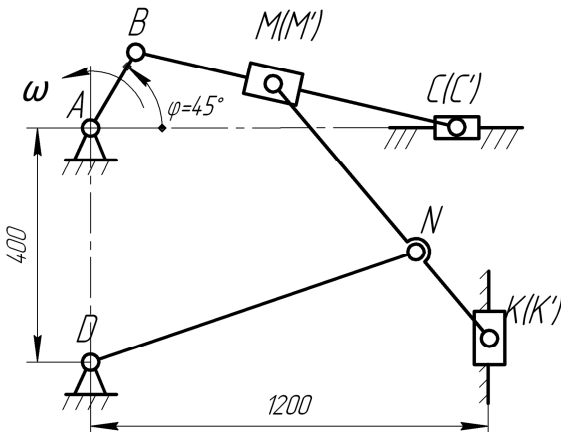
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{BD}, MM
300	600	600	250
l_{DK}, MM	l_{KF}, MM	l_{AF}, MM	$n, \text{об/мин}$
300	400	600	210



l_{AB}, MM	l_{CD}, MM	l_{CK}, MM	$n, \text{об/мин}$
800	400	1200	120

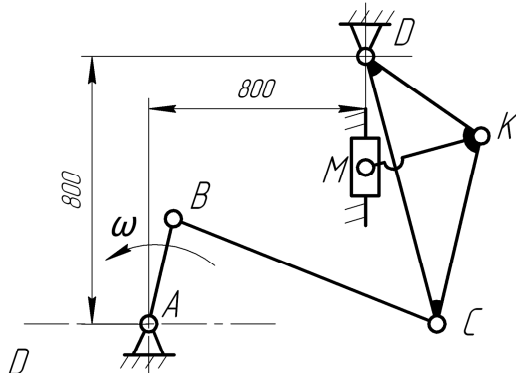


l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{CK}, MM
400	1000	1000	300
l_{DK}, MM	l_{KM}, MM	$n, \text{об/мин}$	
800	500	240	

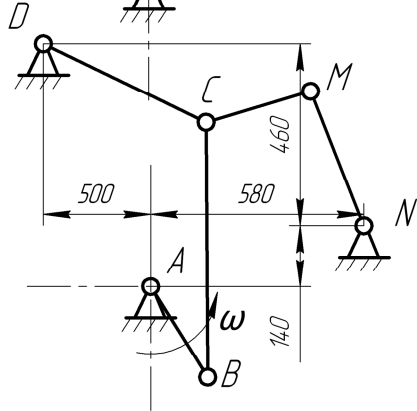


l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{MK}, MM	l_{MN}, MM	l_{ND}, MM	$n, \text{об/мин}$
300	800	800	400	900	210

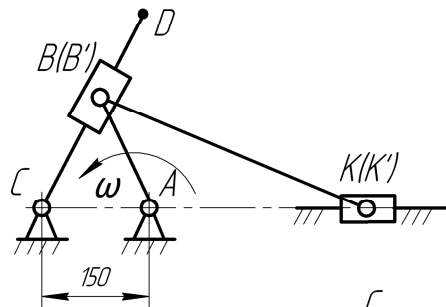
Вариант № 13



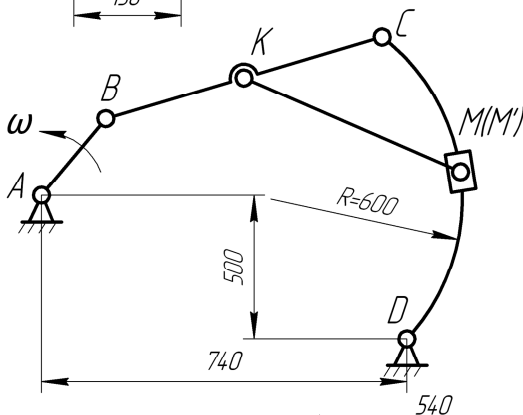
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{KC}, MM
400	1200	1000	800
l_{KD}, MM	l_{KM}, MM	$n, \text{об/мин}$	
300	600	260	



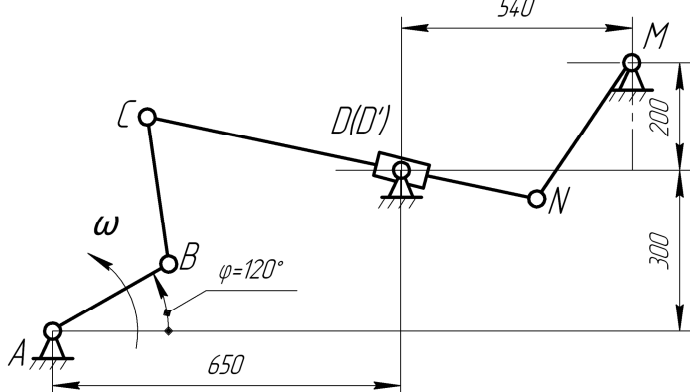
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{CM}, MM	l_{MN}, MM	$n, \text{об/мин}$
300	600	600	400	500	200



l_{AB}, MM	l_{CD}, MM	l_{BK}, MM	$n, \text{об/мин}$
400	800	1200	180

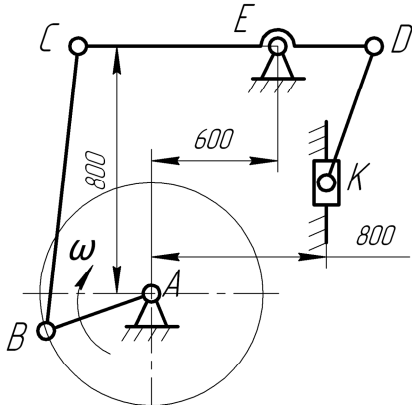


l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{KC}, MM	l_{KM}, MM	$n, \text{об/мин}$
350	900	1200	300	800	180

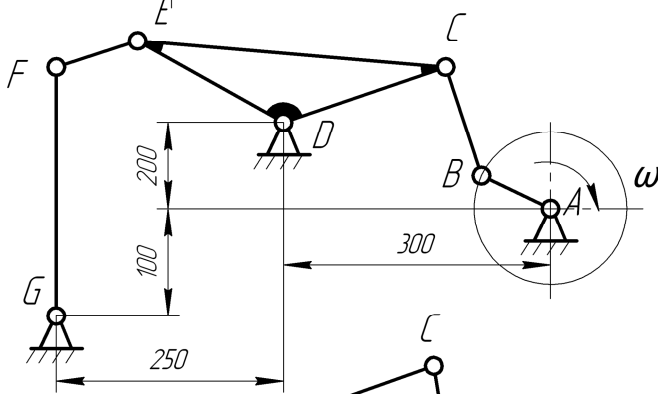


l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CN}, MM	l_{NM}, MM	$n, \text{об/мин}$
250	350	850	400	220

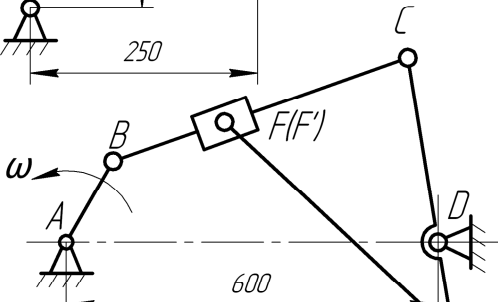
Вариант № 14



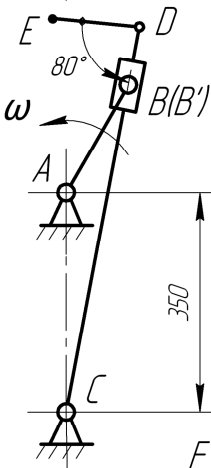
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CE}, MM	l_{ED}, MM	l_{DK}, MM	$n, \text{об/мин}$
250	900	700	300	800	210



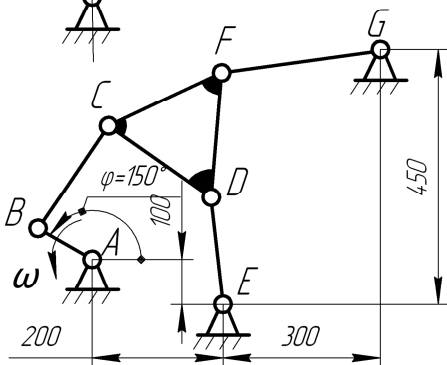
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{DE}, MM
125	200	200	150
l_{EC}, MM	l_{FG}, MM	l_{EF}, MM	$n, \text{об/мин}$
300	350	150	240



l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{DE}, MM	l_{EF}, MM	$n, \text{об/мин}$
150	500	300	150	500	270

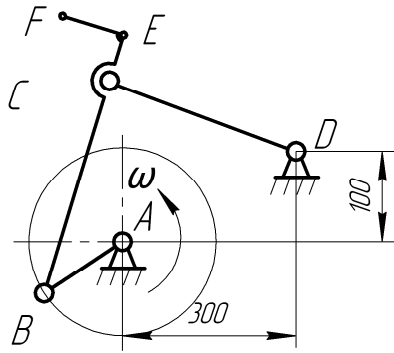


l_{AB}, MM	l_{CD}, MM	l_{DE}, MM	$n, \text{об/мин}$
200	600	150	150

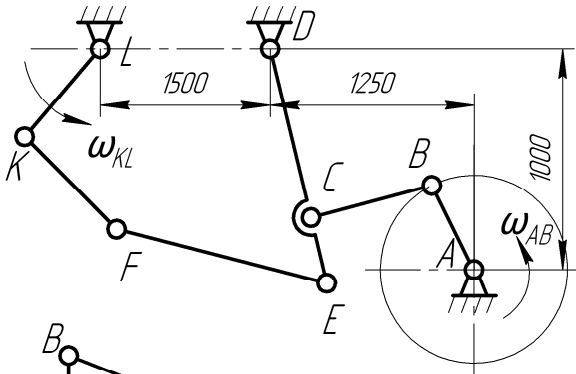


l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{DE}, MM
100	200	300	200
l_{CF}, MM	l_{DF}, MM	l_{FG}, MM	$n, \text{об/мин}$
200	200	300	180

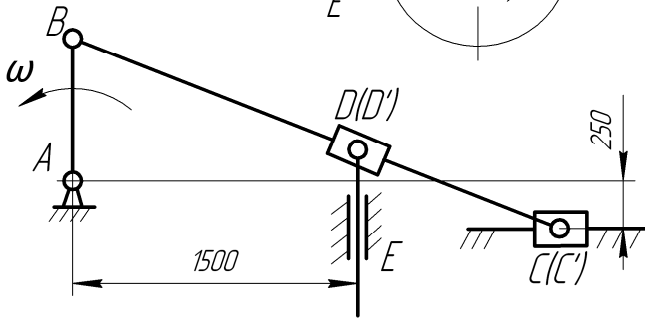
Вариант № 15



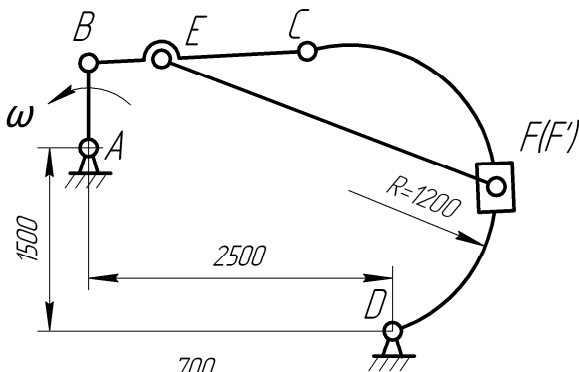
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{CE}, MM	l_{EF}, MM	$n, \text{об/мин}$
100	1000	1000	500	400	200



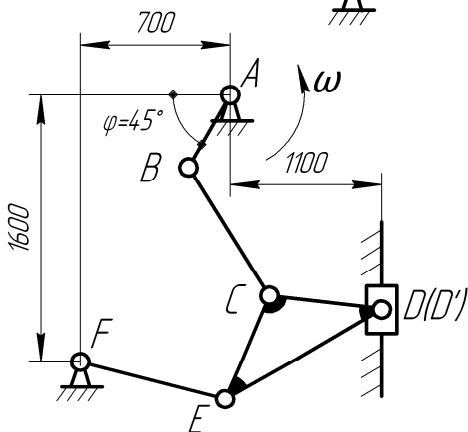
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{CE}, MM	
500	1100	1000	500	
l_{KL}, MM	l_{KF}, MM	l_{EF}, MM	$n_B, \text{об/мин}$	$n_{KL}, \text{об/мин}$
400	1000	1500	120	180



l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	$n, \text{об/мин}$
750	2750	1100	120

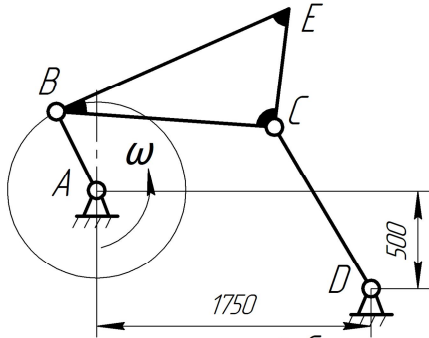


l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{CE}, MM	l_{EF}, MM	$n, \text{об/мин}$
700	1800	2400	600	2000	180

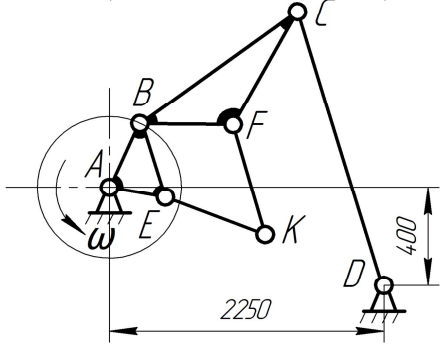


l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{CE}, MM	l_{ED}, MM	l_{EF}, MM	$n, \text{об/мин}$
500	1000	750	750	1250	1000	240

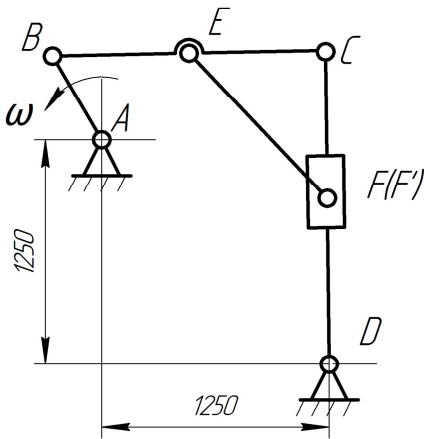
Вариант № 16



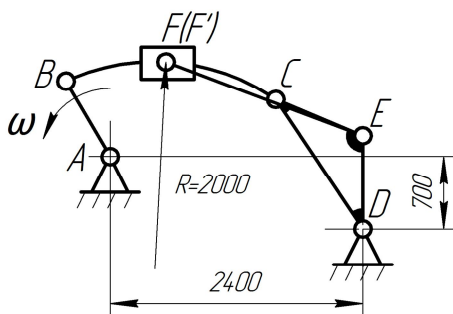
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{BE}, MM	l_{CE}, MM	$n, \text{об/мин}$
500	1600	1000	2000	750	180



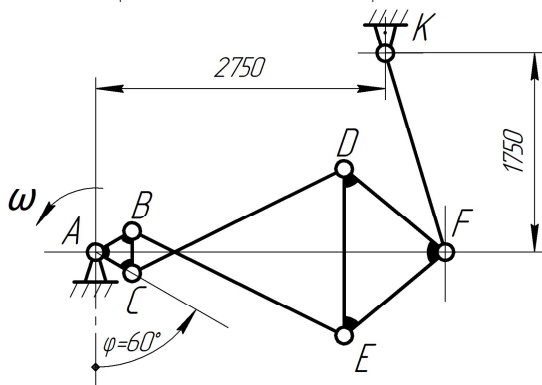
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{AC}, MM	l_{DE}, MM
500	1750	1500	300	300
l_{BF}, MM	l_{CF}, MM	l_{EK}, MM	l_{FK}, MM	$n, \text{об/мин}$
625	1250	1000	1000	210



l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{BE}, MM	l_{EF}, MM	$n, \text{об/мин}$
500	1500	1750	750	750	82

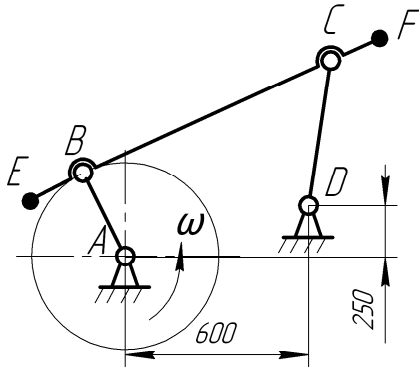


l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{CE}, MM	l_{DE}, MM	l_{EF}, MM	$n, \text{об/мин}$
800	2000	1500	900	900	2000	270

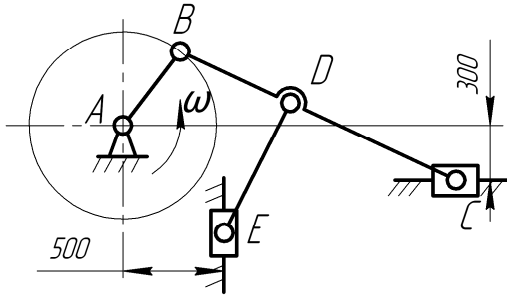


l_{AB}, MM	l_{AC}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{BE}, MM
500	500	500	2250	2250
l_{DE}, MM	l_{DF}, MM	l_{EF}, MM	l_{FK}, MM	$n, \text{об/мин}$
1600	1250	1250	2020	180

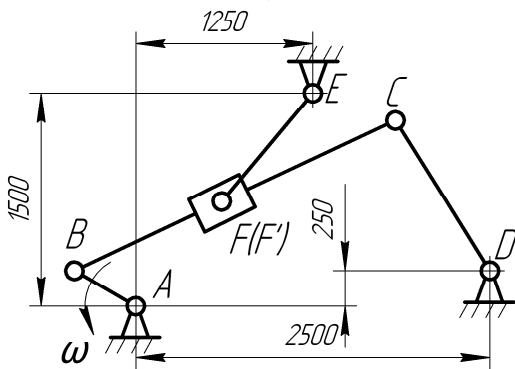
Вариант № 17



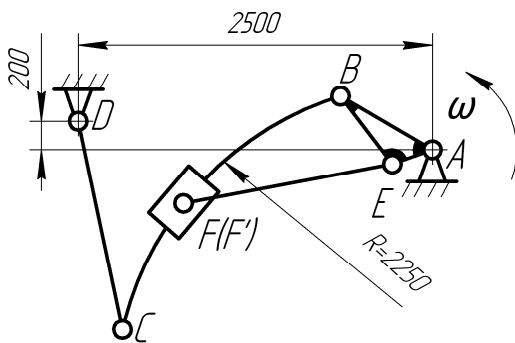
$l_{AB}, \text{ MM}$	$l_{BC}, \text{ MM}$	$l_{CD}, \text{ MM}$	$l_{BE}, \text{ MM}$	$l_{CF}, \text{ MM}$	$n, \text{ об/мин}$
100	1750	1400	500	600	120



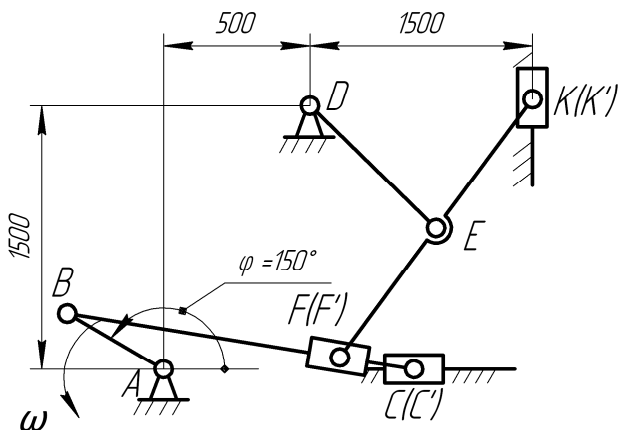
$l_{AB}, \text{ MM}$	$l_{BC}, \text{ MM}$	$l_{BD}, \text{ MM}$	$l_{DE}, \text{ MM}$	$n, \text{ об/мин}$
750	2500	1000	1500	270



$l_{AB}, \text{ MM}$	$l_{BC}, \text{ MM}$	$l_{CD}, \text{ MM}$	$l_{EF}, \text{ MM}$	$n, \text{ об/мин}$
500	2500	1250	1000	240

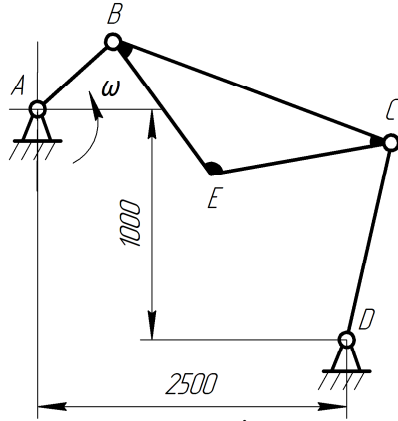


$l_{AB}, \text{ MM}$	$l_{BC}, \text{ MM}$	$l_{CD}, \text{ MM}$	$l_{AE}, \text{ MM}$	$l_{BE}, \text{ MM}$	$l_{EF}, \text{ MM}$	$n, \text{ об/мин}$
750	2250	1500	300	600	1500	150

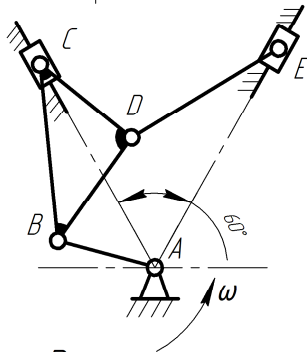


$l_{AB}, \text{ MM}$	$l_{BC}, \text{ MM}$	$l_{DE}, \text{ MM}$	$l_{FK}, \text{ MM}$	$l_{EK}, \text{ MM}$	$n, \text{ об/мин}$
500	2250	1250	1750	875	240

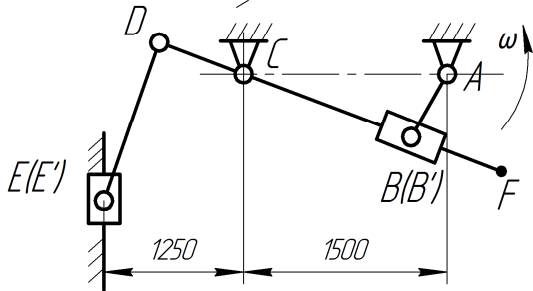
Вариант № 18



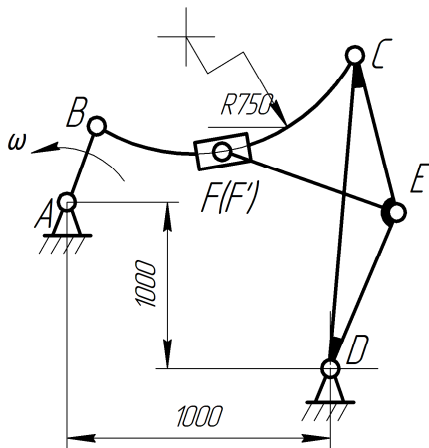
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{DE}, MM	l_{CE}, MM	$n, \text{об/мин}$
1250	2750	2000	1250	1750	240



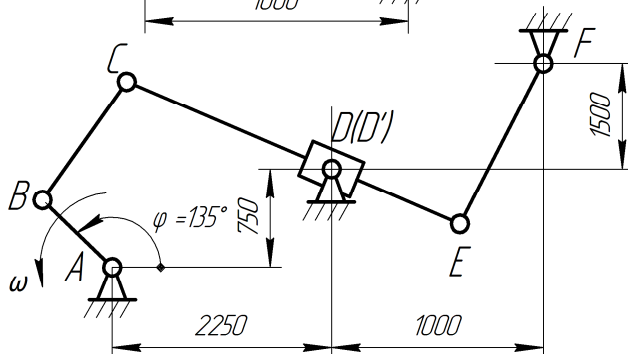
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{BD}, MM	l_{CD}, MM	l_{DE}, MM	$n, \text{об/мин}$
750	1750	600	1500	1500	800



l_{AB}, MM	l_{CD}, MM	l_{DE}, MM	l_{CF}, MM	$n, \text{об/мин}$
500	1000	1250	2500	120

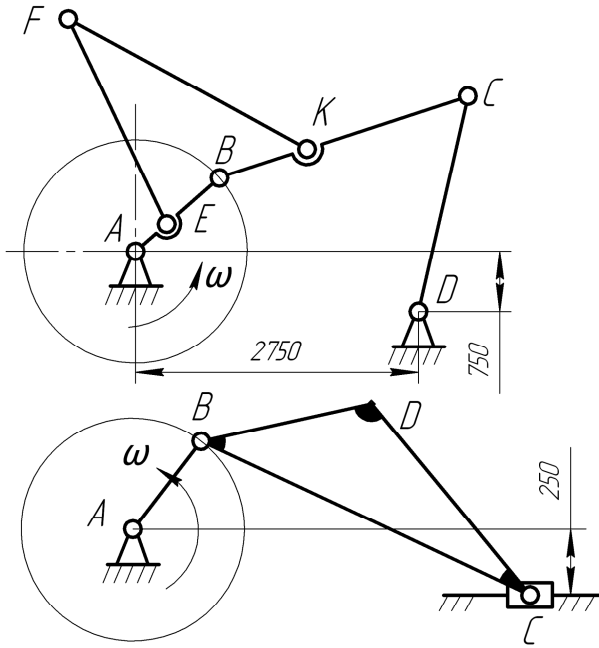


l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{CE}, MM	l_{DE}, MM	l_{EF}, MM	$n, \text{об/мин}$
1000	1250	1750	750	1250	1000	100



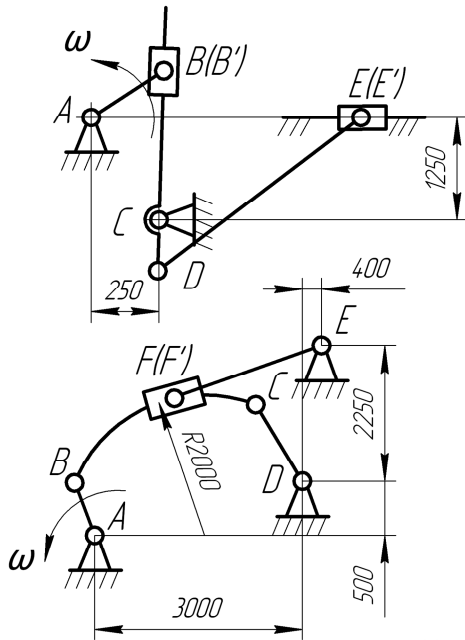
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CE}, MM	l_{EF}, MM	$n, \text{об/мин}$
500	750	3250	1600	220

Вариант № 19



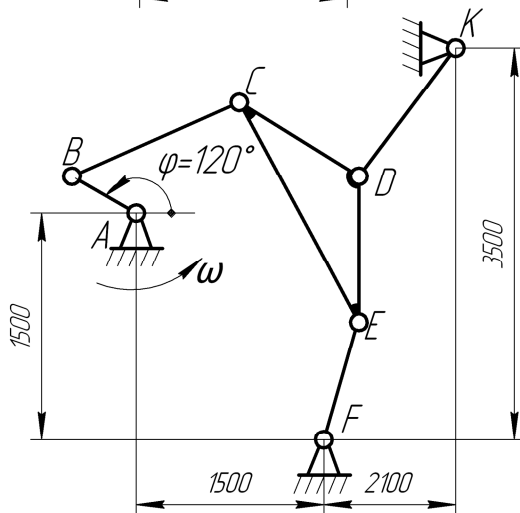
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	$l_{BE}=l_{BK}$	$l_{EF}=l_{KF}$	$n, \text{об/мин}$
800	2100	2000	500	1250	150

l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{BD}, MM	l_{CD}, MM	$n, \text{об/мин}$
500	2500	1750	1250	60



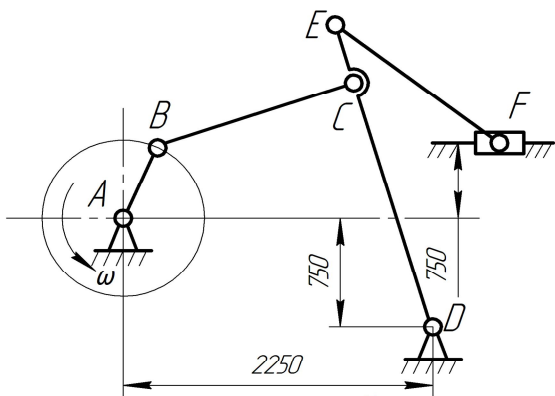
l_{AB}, MM	l_{CD}, MM	l_{DE}, MM	$n, \text{об/мин}$
750	750	3250	125

l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{EF}, MM	$n, \text{об/мин}$
1000	3250	1250	3000	150

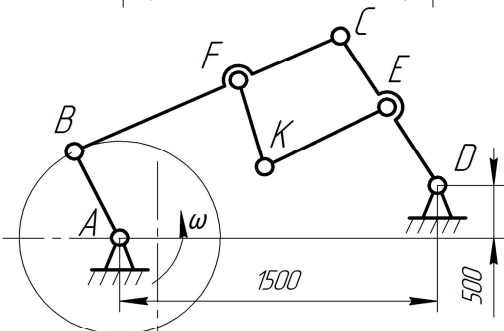


l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{CE}, MM
500	2000	2500	3000
l_{DE}, MM	l_{DK}, MM	l_{EF}, MM	$n, \text{об/мин}$
1250	1500	1750	240

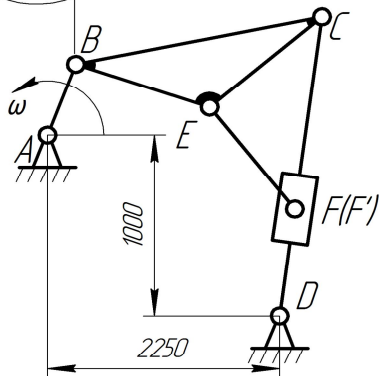
Вариант № 20



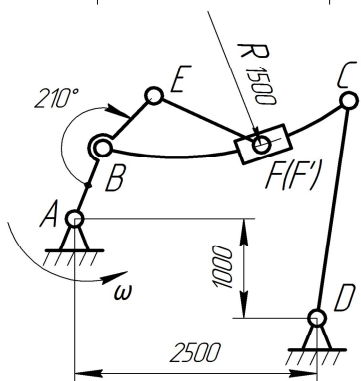
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{DE}, MM	l_{EF}, MM	$n, \text{об/мин}$
1000	1750	1600	2100	1250	220



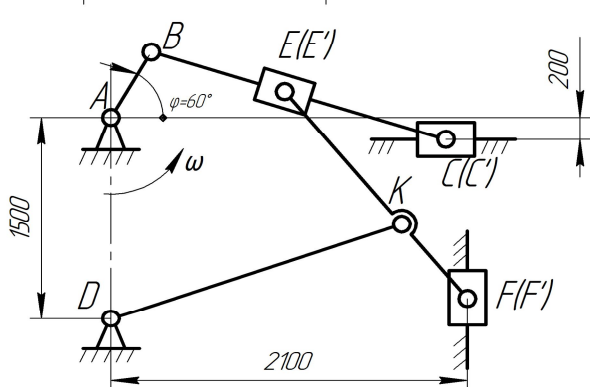
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{CF}, MM
750	1750	1250	500
l_{CE}, MM	l_{EK}, MM	l_{FK}, MM	$n, \text{об/мин}$
500	1000	1000	150



l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{BE}, MM
1250	2250	2600	1250
l_{CE}, MM	l_{EF}, MM	$n, \text{об/мин}$	
1250	1250	120	

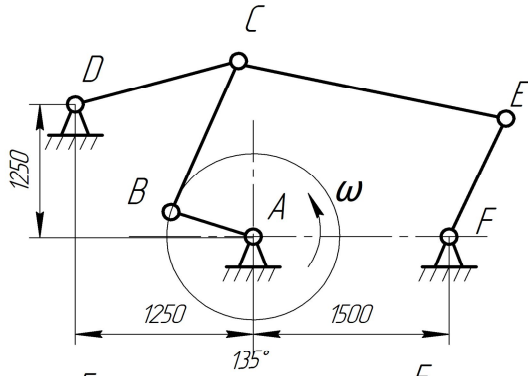


l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{BE}, MM	l_{EF}, MM	$n, \text{об/мин}$
750	2250	1500	750	1250	200

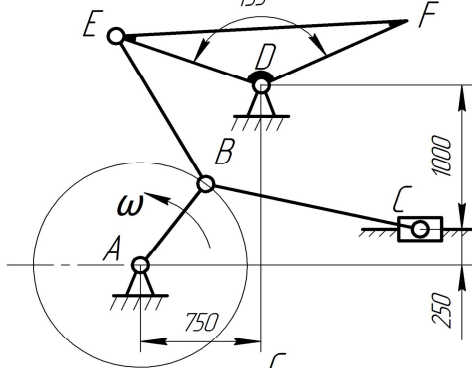


l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{DK}, MM	l_{EK}, MM	l_{KF}, MM	$n, \text{об/мин}$
500	2500	1875	900	900	260

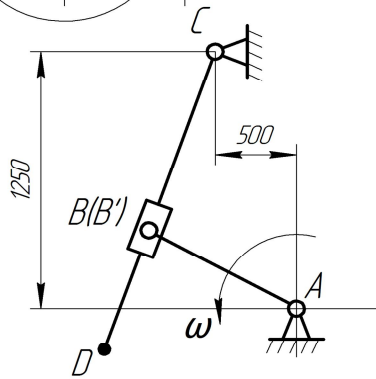
Вариант № 21



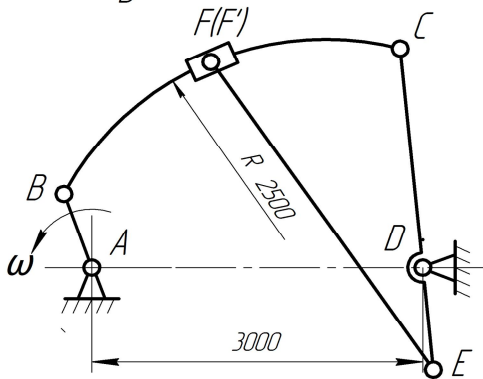
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{CE}, MM	l_{EF}, MM	$n, \text{об/мин}$
750	1600	1750	1500	1250	200



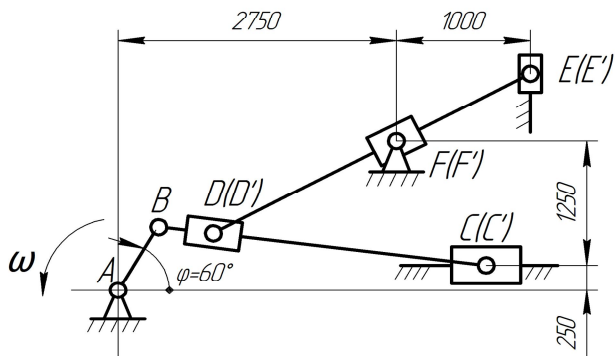
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{BE}, MM	l_{DE}, MM	l_{DF}, MM	$n, \text{об/мин}$
500	2250	1250	1000	750	180



l_{AB}, MM	l_{CD}, MM	$n, \text{об/мин}$
750	2250	240

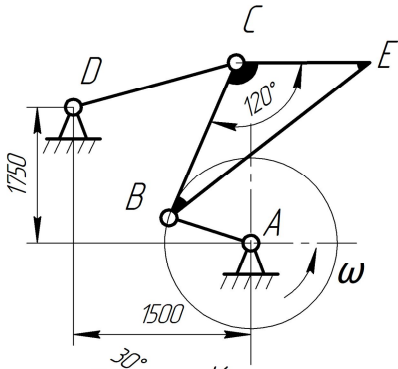


l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{DE}, MM	l_{EF}, MM	$n, \text{об/мин}$
500	3250	1750	750	2750	120

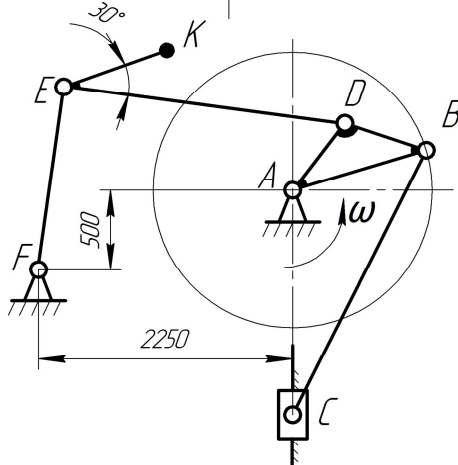


l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{DE}, MM	$n, \text{об/мин}$
750	3000	3000	200

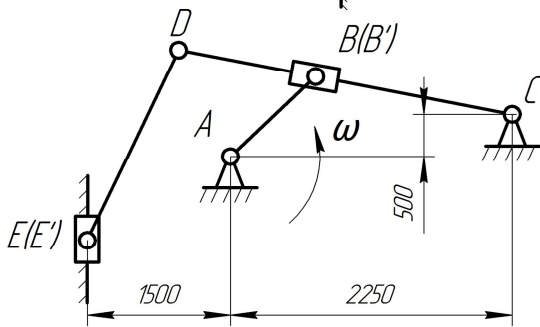
Вариант № 22



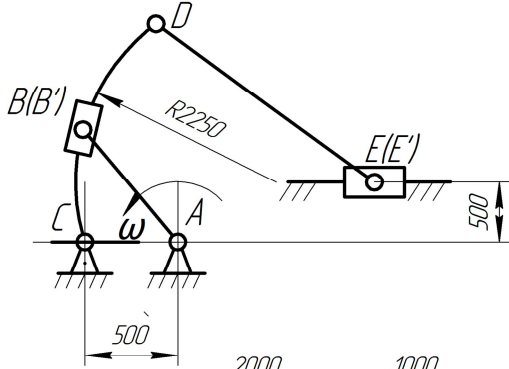
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{CE}, MM	$n, \text{об/мин}$
750	1750	2000	1250	240



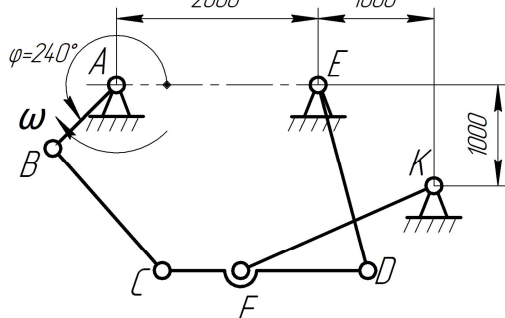
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{AD}, MM	l_{BD}, MM
1000	2500	500	750
l_{DE}, MM	l_{EF}, MM	l_{EK}, MM	$n, \text{об/мин}$
2000	1500	1000	120



l_{AB}, MM	l_{CD}, MM	l_{DE}, MM	$n, \text{об/мин}$
1000	3500	1500	120

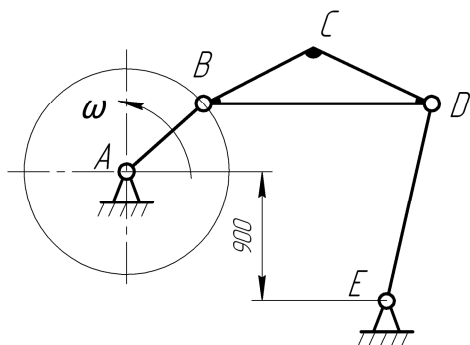


l_{AB}, MM	l_{CD}, MM	l_{DE}, MM	$n, \text{об/мин}$
1250	2250	3000	180

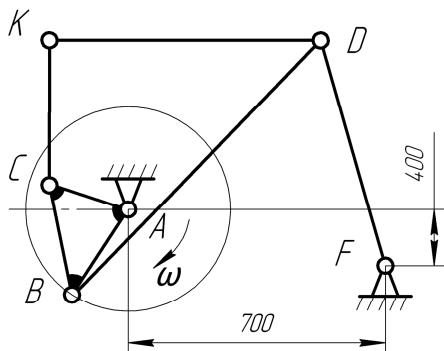


l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{DE}, MM
750	1500	2000	1750
l_{CF}, MM	l_{KF}, MM	$n, \text{об/мин}$	
750	2250	180	

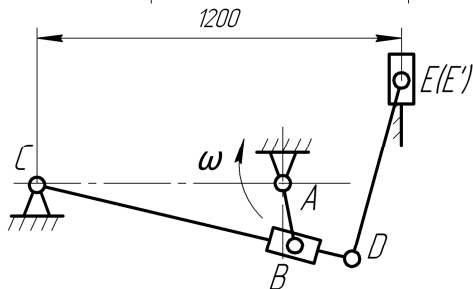
Вариант № 23



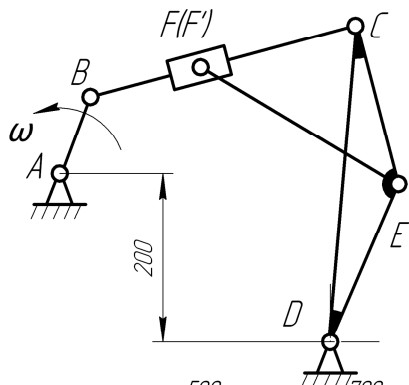
l_{AB}, MM	l_{BD}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{DE}, MM	l_{AE}, MM	$n, \text{об/мин}$
300	1200	700	700	1200	1400	210



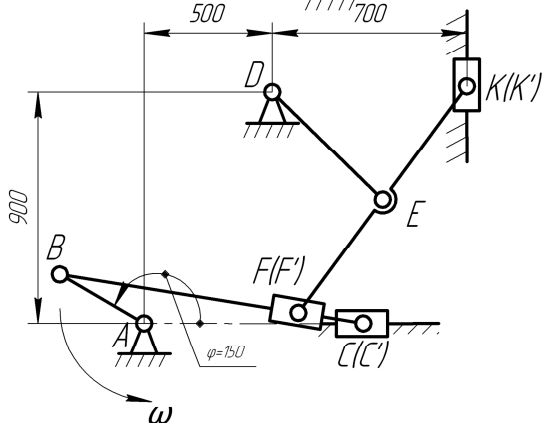
l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{AC}, MM	l_{BD}, MM
300	200	200	900
l_{KC}, MM	l_{KD}, MM	l_{DF}, MM	$n, \text{об/мин}$
600	600	900	180



l_{AB}, MM	l_{AC}, MM	l_{CD}, MM	l_{DE}, MM	$n, \text{об/мин}$
200	800	1200	500	210



l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{CD}, MM	l_{AD}, MM
400	1000	700	900
l_{DE}, MM	l_{CE}, MM	l_{EF}, MM	$n, \text{об/мин}$
500	300	700	270



l_{AB}, MM	l_{BC}, MM	l_{FK}, MM	l_{EF}, MM	l_{DE}, MM	$n, \text{об/мин}$
400	1200	1100	550	600	210

Библиографический список

1. Артоболевский, И.И. Теория механизмов и машин: учебник для вузов / И.И. Артоболевский. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1988. – 640 с.: ил.
2. Гавриленко, В.А. Теория механизмов: учеб. пособие для вузов / В.А. Гавриленко, С.Б. Минут, А.К. Мусатов и [др.]. – М.: Высшая школа, 1973. – 511 с.: ил.
3. Кожевников, С.Н. Теория механизмов и машин: учеб. пособие для студентов вузов / С.Н. Кожевников. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1969. – 584 с.: ил.
4. Попов, С.А. Курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин / С.А. Попов, Г.А. Тимофеев. – М.: Высшая школа, 2008. – 456 с.
5. Теория механизмов и машин / М.З. Коловский [и др.]. – 3-е изд. – М.: Академия, 2008. – 560 с.
6. Леонов, И.В. Теория механизмов и машин / И.В. Леонов, Д.И. Леонов. – М.: Высшее образование, 2009. – 240 с.
7. Матвеев, Ю.А. Теория механизмов и машин: учеб. пособие / Ю.А. Матвеев, Л.В. Матвеева. – М.: Альфа-М, Инфра-М, 2009. – 320 с.
8. Мамаев, А.Н. Теория механизмов и машин: курс лекций / А.Н. Мамаев, Т.А. Балабина. – М.: Экзамен, 2008. – 256 с.
9. Артоболевский, И.И. Сборник задач по теории механизмов и машин / И.И. Артоболевский, Б.В. Эдельштейн. – М.: Наука, 1972. – 256 с.
10. Юдин, В.В. Сборник задач и примеров по теории механизмов и машин / В.В. Юдин, Г.А. Барсов. – М.: Росвузиздат, 1963. – 284 с.